SUBSTITUIÇÃO DE FLUIDO EM RESERVATÓRIO DE MISTURA AREIA-FOLHELHO

JAINA PIRES ALVES DO CARMO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
LABORATÓRIO DE ENGENHARIA E EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO

MACAÉ - RJ
JULHO - 2010

SUBSTITUIÇÃO DE FLUIDO EM RESERVATÓRIO DE MISTURA AREIA-FOLHELHO

JAINA PIRES ALVES DO CARMO

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração.

Orientador: Prof. Fernando Sergio de Moraes, Ph.D.

MACAÉ - RJ
JULHO - 2010

SUBSTITUIÇÃO DE FLUIDO EM RESERVATÓRIO DE MISTURA AREIA-FOLHELHO

JAINA PIRES ALVES DO CARMO

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração.

Aprovada em 15 de julho de 2010.

Comissão Examinadora:

Klédson Tomaso Pereira de Lima (D.Sc) - PETROBRAS/UN-BC

Prof. Sérgio Adriano Moura Oliveira (D.Sc) - LENEP/CCT/UENF

Prof. Roseane Marchezi Misságia (D.Sc) - LENEP/CCT/UENF

Prof. Fernando Sergio de Moraes (Ph.D) - LENEP/CCT/UENF

(Orientador)

Agradeço a Deus por ter me concedido saúde, determinação e coragem para superar os obstáculos. Aos meus pais Jairo e Heliana que foram meus companheiros, nas horas em que meus ideais pareciam distantes e inatingíveis, o estudo um fardo pesado demais e por tantas vezes que meu cansaço e preocupações foram sentidos e compartilhados, numa união que me incentivava a prosseguir. Ao meu irmão Victor pela cumplicidade, pela alegria que sempre me transmitiu, por sempre falar EU TE AMO e claro por ter cuidado do meu cachorro Zidade. Ás minhas avós pelas orações. Aos meus amigos e amigas Adriana, Clarisse, Fernanda, Letícia, Marília, Tatiana, Wagner, Mariléia, Marcelo, Elaine, Rodrigo Vianello, Carlos, Cesar, Rosemara, Rosangela, Ariane, Rodrigo, Diego, Odilla, Renata, Jamilson e Edvagner por sempre me ouvirem, dado suporte nos momentos dificeis e por estarem comigo nas festas me fazendo sempre feliz.

Ao meu orientador, Fernando Sergio de Moraes, por todas as contribuições fornecidas durante toda a realização deste trabalho e por sua amizade.

Aos integrantes da banca examinadora, pelos comentários e sugestões apresentadas com o objetivo de valorizar o trabalho.

Aos professores e funcionários do LENEP que sempre foram atenciosos nos momentos que precisei e contribuíram de alguma forma para a obtenção do meu título de mestre.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) e ao LENEP/UENF pela bolsa de estudos concedida, o que possibilitou minha dedicação exclusiva para conclusão deste mestrado.

Sinceramente, muito obrigado a todos.

Sumário

Simbologia **xii**

Resumo **xiv**

Abstract **xvi**

1 Introdução **1**

2 Física de Rocha **5**

2.1 Argilosidade 5

2.2 Porosidade 8

2.2.1 Fatores que afetam a porosidade 9

2.2.2 Maneiras de determinação da porosidade a partir de dados de perfis e testemunho 14

2.3 Saturação 19

2.4 Relação entre os parâmetros petrofísicos e propriedades elásticas das rochas 19

2.4.1 Efeito do fluido nas propriedades sísmicas 20

2.4.2 Efeitos da porosidade, forma do poro e conteúdo de argila . . . 22

2.4.3 A Relação entre os parâmetros físicos da rocha e a microestrutura sedimentar 25

3 Equação de Gassmann: Substituição de Fluido **28**

3.1 Definições 29

3.1.1 Incompressibilidade e módulo de cisalhamento 29

3.1.2 Incompressibilidade do fluido 30

3.1.3 Incompressibilidade e módulo de cisalhamento da matriz 34
3.1.4 Incompressibilidade e módulo de cisalhamento da rocha drenada 37
3.2 Utilizando a equação de Gassmann 38
3.2.1 Substituição de fluido tradicional, utilizando porosidade total ϕ_t na equação de Gassmann 38
3.2.2 Limites de controle da equação de Gassmann 39
3.2.3 Substituição de fluido alternativa, utilizando porosidade efetiva ϕ_e na equação de Gassmann 43

4 Calibração e Análise da Sensibilidade 46
4.1 Fluxo de trabalho para a determinação dos parâmetros por meio de otimização não linear 46
4.2 Análise da Sensibilidade 48
4.2.1 Perturbação na variável K_m 48
4.2.2 Perturbação na variável ϕ_c 48
4.2.3 Perturbação na variável ϕ 49
4.2.4 Resultados 49

5 Testes com Dado Sintético 52
5.1 Construção do dado sintético 52
5.1.1 Cálculo da porosidade 53
5.1.2 Cáculo da incompressibilidade e do módulo de cisalhamento da matriz e da rocha drenada 55
5.1.3 Cálculo da incompressibilidade da mistura do fluidos e da incompressibilidade da rocha saturada 55
5.1.4 Cálculo da velocidade da onda compressional e de cisalhamento 57
5.2 Calibração 58
5.2.1 Estimando valores constantes dos parâmetros 58
5.2.2 Estimando os valores de K_{sd} e K_{sh} 67

6 Teste com Dado Real **72**

6.1 Calibrando as variáveis K_m e ϕ_c 72

6.2 Calibrando as variáveis K_{sd} e K_{sh} 73

7 Conclusões **75**

Lista de Figuras

1 Três formas de ocorrência da argila no arcabouço do arenito. Sendo elas estrutural, laminar e dispersa. Adaptado de Hearst et al. (2000). . 6

2 Curva de determinação do SP 8

3 Como o grau de seleção dos grãos afetam a porosidade (CARRASCO, 2009). 10

4 Tipos de Empacotamento. 10

5 Porosidade (linha sólida) e velocidade compressional (linha tracejada), a uma pressão de soterramento de 10 MPa e 50 MPa como função do conteúdo de argila. (PRATSON et al., 2003) 11

6 Representação esquemática de diferentes tipos de misturas de areia e folhelho sendo: 1) folhelho laminado, 2) areia limpa, 3) areia com argila dispersa, 4) areia com argila estrutural, 5) folhelho com grãos de quartzo disperso e 6) areia com argila estrutural (MAVKO et al., 1998). 12

7 Porosidade versus volume de argila. f_{cl} é o volume de argila dispersa no espaço poroso da areia. A porosidade mínima ocorre quando os poros estão completamente preenchidos por argila, $f_{cl\,disp} = \phi_{sd}$. Net-to-gross, N/G, é volume de areia limpa em relação ao volume total da rocha . (MAVKO et al., 1998) 13

8 Divisão do arenito argiloso em areia, silte, argila e o espaço poroso. Determinação da porosidade através de medidas de perfis. (HEARST et al., 2000). 15

9 Efeito das propriedades da rocha na velocidade sísmica (TAKAHASHI, 2000). 20

10 Na Figura a são observadas as medidas de velocidade das ondas P e S em arenitos drenados e saturados com água, como função da pressão diferencial. Já na Figura b foi plotada a diferença entre a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento nas condições do arenito drenado e saturado com água, como função da pressão diferencial (HAN; BATZLE, 2004) 21

11 Variação no domínio K-ϕ devido a alteração da incompressibilidade do fluido (TAKAHASHI, 2000). 22

12 Porosidade x conteúdo volumétrico de argila e classificação petrofísica das rochas siliciclásticas (VERNIK; NUR, 1992). 24

13 A figura mostra como para cada classificação petrofísica velocidade compressional varia em função da porosidade (VERNIK; NUR, 1992). . . 25

14 A figura mostra como para cada classificação petrofísica velocidade de cisalhamento varia em função da porosidade (VERNIK; NUR, 1992). . . . 25

15 Na Figura (a) (modelo da areia friável) observamos esquematicamente como varia o módulo elástico em função da porosidade, como pode-se observar a medida que vai sendo colocada grãos de tamanhos diferentes, deixando de ser bem seleciondas, o módulo elástico aumenta e a porosidade diminui. Na Figura (b) (modelo do contato de cimento) o gráfico mostra de forma esquemática como o módulo elástico varia com a porosidade, a medida que vai aumentando a quantidade de cimento a porosidade diminui e o módulo aumenta. Na Figura (c) (modelo do cimento constante) o gráfico também mostra como o módulo elástico varia em função da porosidade, neste caso a quantidade de cimento e constante mas vão sendo colocados grãos de tamanhos diferentes, de forma a se tornarem mal selecionados, e assim a porosidade diminui e o módulo aumenta. Já na Figura (d) os três modelos estão esquematizados juntos. (DVORKIN, 2000) 27

16 Saturação homogênea versus Saturação heterogênea para um sistema gás - salmora, em arenitos com alta porosidade (SMITH et al., 2003). . . 33

17 Saturação homogênea versus Saturação heterogênea para um sistema gás - salmora, em arenitos com baixa porosidade (SMITH et al., 2003). . 33

18 Comparação entre arenitos (SMITH et al., 2003). 34

19 Valores de K_m obtidos com as equações de Voigt, Reuss e Voigt-Reuss-Hill. (SMITH et al., 2003) 35

20 Ilustração dos limites superior (Voigt), inferior (Reuss) para a rocha drenada (linha vermelha) e para a rocha saturada com um fluido (linha azul) (HAN; BATZLE, 2004). O gráfico também ilustra os limites previsto pelo efeito da saturação de fluidos pela equação de Gassmann 40

21 Significado físico da porosidade crítica.(NUR et al., 1998) 42

22 Representação esquemática de uma rocha reservatório. A porosidade efetiva, ϕ_e, contem água e hidrocarboneto e a porosidade total, ϕ_t inclui a porosidade efetiva mais o conteúdo de argila (DVORKIN et al., 2007). . 43

23 Gráfico representativo da mudança fracional aplicada a cada parâmetro pela variação que estas mudanças implicam na incompressibilidade da rocha saturada. O circulo amarelo representa o arenito original (ENGELMARK et al., 2002). 44

24 No gráfico observamos como a incompressibilidade da rocha saturada com água varia quando é adicionado erro a cada parâmetro. 50

25 O gráfico mostra qual o valor do erro, ao se fazer a substituição de fluido neste caso de óleo para água, quando se adiciona uma perturbação nas variáveis. 50

26 O gráfico mostra como a incompressibilidade da rocha saturada com óleo varia ao ser adicionada uma perturbação as variáveis. 51

27 Neste gráfico podemos observar como varia o erro, ao fazer a substituição de fluido neste caso de água para óleo, ao adicionarmos uma perturbação as variáveis. 51

28 Distribuição de argila nas camadas, onde o primeiro perfil e a distribuição de argila total, o segundo de argila dispersa e o terceiro de argila laminar. 54

29 Perfis de porosidade. efetiva (esquerda), crítica (centro) e total (direita) 54

30 Perfil da incompressibilidade da matriz e da rocha drenada. 56

31 Perfil do módulo de cisalhamento da matriz e da rocha drenada. 56

32 Perfil da incompressibilidade da rocha saturada e do fluido nas camadas. De 40m a 140m foi saturado tanto com óleo e com água, já que este intervalo é considerado o reservatório. 57

33 Perfil da velocidade da onda compressional, de cisalhamento e perfil de densidade. No gráfico a linha azul simboliza saturada com água e a preta com óleo. 58

34 Amostras calculadas a partir da calibração e os limites de Voigt e Reuss calculados apartir dos valores corretos de cada camada. 60

35 Na Figura (a) observa-se o perfil da incompressibilidade da rocha saturada quando dividi-se o reservatório em quatro camadas. Já na Figura (b) quantifica-se o valor do erro, ou seja, a diferença entre o valor observado e o calculado, neste caso ambos saturadas com água. 61

36 Na Figura (a) observa-se o perfil da incompressibilidade da rocha saturada ao dividir o reservatório em duas camadas. Na Figura (b) observa-se o valor do erro, ou seja, a diferença entre o valor observado e o calculado ambos saturados com água. 62

37 Amostras calculadas a partir da calibração e os limites de Voigt e Reuss calculados apartir da média dos valores corretos de cada camada. . . . 63

38 Amostras calculadas a partir da calibração e os limites de Voigt e Reuss calculados apartir da média dos valores corretos de cada camada. . . . 63

39 Na Figura (a) pode-se observar o perfil da incompressibilidade da rocha saturada quando o reservatório é considerado uma única camadas. Na Figura (b) está quantificado o valor do erro, ou seja, a diferença entre o valor observado e o calculado ambos saturados com água. 64

40 Na Figura a observa-se a função objetivo da calibração, onde os eixos x e y são K_m e ϕ_c respectivamente e z o valor do resíduo. Já na Figura b pode-se observar as curvas de nível da função objetiva, podendo melhor observar que existe uma grande área de possíveis valores de K_m e ϕ_c que minimizam o a norma do resíduo. Neste gráfico também pode-se analisar a dependência do valor incial no valor final encontrado para a camada. Nele destacamos o valor esperado, os outros pontos seriam valores encontrados mudando o valor inicial. 66

41 Na Figura a observa-se o gráfico 3D da função objetivo, onde os eixos x, y e z são K_{sd}, K_{sh} e o resíduo respectivamente. Já na Figura b observa-se a curva de nível, como pode-se ver a área de mínimo é grande, ou seja, existem vários valores que minimizam o valor do resíduo. 68

42 Gráfico 3D da função objetivo onde os eixos x, y e z são K_{sd}, K_{sh} e o resíduo respectivamente. 69

43 Gráfico da curva de nível da função objetiva. Ao compararmos este gráfico com o gráfico da figura 41 observamos que a área de mínimo diminui. O símbolo $+$ no gráfico mostra o valor esperado, mas como pode-se ver este não se encontra no mínimo então o valor encontrado fica próximo à ele mas na região de mínimo. 69

44 Na Figura a pode-se observar o perfil da incompressibilidade da rocha saturada quando todo o reservatório é considerado como uma única camada, após a calibração é realizada a substituição de fluido. Já na Figura b observa-se o valor do erro, ou seja, a diferença entre o valor observado e o calculado. 70

45 Na figura esta sendo representado os limites de Voigt e Reuss diferenciados pela quantidade de argila, as amostras calculadas (sem preenchimento) e as amostras observadas (preenchidas). As amostras observadas foram retiradas do trabalho de Han (1986) e as calculadas foram calculadas após a calibração. 73

46 Neste gráfico pode-se observar que as amostras calculadas (sem preenchimento) estão próximas das observadas (preenchidas). 74

Lista de Tabelas

1 Valores da porosidade em sedimentos com diferentes granulometria. . 9

2 Valores dos coeficiente das equações 2.24 e 2.25 (HAN, 1986). 23

3 Coeficientes P e Q para algumas formas de inclusões (MAVKO et al., 1998). 36

Simbologia

K_m	Incompressibilidade da Matriz
K_d	Incompressibilidade da rocha Drenada
K_{fl}	Incompressibilidade do Fluido
K_{sat}	Incompressibilidade da rocha Saturada
ϕ ou ϕ_t	Porosidade Total
ϕ_e	Porosidade Efetiva
f_{sh}	Fração volumétrica de folhelho
GR	Valor obtido na leitura do perfil de Raios Gama
GR_{max}	Valor máximo do perfil de Raios Gama que represente folhelho
GR_{min}	Valor mínimo do perfil de Raios Gama que representa areia limpa
f_{cl}	Fração volumétrica de argila
SP	Valor realmente lido no perfil Potêncial Espontâneo
SSP	Valor lido no perfil Potêncial Espontâneo (não argilosa)
$f_{cl\,wet}$	Fração volumétrica de argila molhada
V_{poro}	Volume de poros na rocha
V_t	Volume total da rocha
ϕ_{sd}	Porosidade da areia limpa
ϕ_{sh}	Porosidade do folhelho
N/G	Net - to - Gross
V_{solido}	Volume de sólidos da rocha
V_{oleo}	Volume de óleo na rocha
V_{agua}	Volume de água na rocha
V_{gas}	Volume de gás na rocha
S_{oleo}	Saturação de óleo
S_{agua}	Saturação de água
S_{gas}	Saturação de gás
V_p	Velocidade da onda Compressional
V_s	Velocidade da onda Cisalhante
ρ_B	Densidade total da rocha

μ	Módulo de Cisalhamento
R	Coeficiente de Correlação
AVO	Variação da Amplitude com o offset
T	Tensão
$\frac{\Delta V}{V}$	Deformação volumétrica
$\frac{\Delta x}{h}$	Deformação específica
RGO	Razão Gás Óleo
α	Grau de Heterogeneidade
ρ	Densidade
K_i	Incompressibilidade de cada mineral que compõe a rocha
f_i	Fração volumétrica de cada mineral que compõe a rocha
$\mu_{m\,vrh}$	Módulo de cisalhamento da matriz calculada por Voigt-Reuss-Hill
μ_i	Módulo de cisalhamento de cada mineral que compõe a rocha
K_{KT}	Incompressibilidade efetiva da matriz (modelo de Kuster e Toksöz)
μ_{KT}	Módulo de cisalhamento efetivo da matriz (modelo de Kuster e Toksöz)
x_i	Volume da inclusão que é adicionado a cada camada
P^{mi} e Q^{mi}	Descrevem o efeito de uma inclusão de material i em um meio m
μ_d	Módulo de cisalhamento da rocha drenada
ϕ_c	Porosidade Crítica
A	Matriz expandida
J	Matriz Jacobiana
H	Matriz Hessiana
K_{sd}	Incompressibilidade dos grãos de areia
K_{sh}	Incompressibilidade dos grãos do folhelho
L	Operador de regularização
α	Parâmetro de regularização
$\phi_{c\,sd}$	Porosidade crítica da areia limpa
$\phi_{c\,sh}$	Porosidade crítica do folhelho

Resumo

Esta dissertação apresenta um estudo sobre a substituição de fluidos em reservatórios constituídos por mistura areia-folhelho, onde a aplicação direta das equações de Gassmann pode ser questionável. A questão que se coloca é qual porosidade utilizar, porosidade total ou efetiva. Sabe-se que o fluido que pode se movimentar encontra-se na porosidade efetiva. Então ao utilizar esta porosidade nas equações de Gassmann considera-se a argila molhado como parte da matriz da rocha, isso porque a argila possui uma baixa permeabilidade, e o fluido em seu interior não se movimenta livremente durante a passagem da onda sísmica. Como consequência a não dispersão instantânea da perturbação na pressão de poro viola uma das suposições das equações de Gassmann. Supondo que para propriedades conhecidas dos fluidos e com porosidade e volume de argila determinados, a partir da análise convencional do perfil de porosidade e raios gama, é necessário calibrar a incompressibilidade da matriz (K_m) antes de fazer a substituição de fluido utilizando as equações de Gassmann. Para tal, este trabalho propõe duas formas alternativas de calibração dos parâmetros da equação de Gassmann, uma subdividindo o perfil em fácies para estimar os valores constantes dos parâmetros: K_m e porosidade crítica (ϕ_c) e a outra considerar o reservatório com uma única camada e estimar os dois valores limites de K_m, ou seja, a incompressibilidade da matriz da areia (K_{sd}) e do folhelho (K_{sh}). Desse modo, pode-se modelar K_m como função da variação do conteúdo de argila, considerando que neste caso é conhecida a porosidade crítica. Análise dos processos de calibração com base nos testes dos dados sintéticos, simulando a resposta de um reservatório com quatro níveis de variações na mistura areia-folhelho, demonstram que existe uma região de ambiguidade relacionando os parâmetros K_m e ϕ_c ou K_{sd} e K_{sh}. A regularização do modelo permite encontrar valores ótimos para K_m. A substituição de fluido pode ser feita de duas maneiras, uma tendo como variável de entrada K_m (método tradicional) e a outra ϕ_c (método alternativo). Quando utiliza-se o método alternativo, ϕ_c pode ser calculado de acordo com a quantidade de argila, basta estimar o valor inicial para porosidade crítica da areia ($\phi_{c\,sd}$) e do folhelho ($\phi_{c\,sh}$). O método de calibração que fixa ϕ_c para encontrar K_m valida os valores de ϕ_c utilizados na substituição de fluido alternativa. Testes usando dados reais mostram que ao fixar ϕ_c e estimar K_m tem

uma melhor modelagem das amostras. Outro estudo apresentado neste trabalho foi a análise da sensibilidade dos parâmetros K_m, ϕ_c e ϕ para que assim possa quantificar qual destes gera um maior erro na incompressibilidade da rocha saturada, K_{sat}.

Palavras chave: Equações de Gassmann, Física de Rocha, Substituição de Fluido, Incompressibilidade, Módulo de Cisalhamento.

Abstract

This paper presents a study about the fluid substitutions in reservoirs that are composed of sand-shale mixed, where the direct application of Gassmann's equations may be questionable. The question that arises is what porosity to use, total or effective porosity. It is known that the fluid can move only in the effective porosity. So when using this porosity in Gassmann's equations, I consider the wet clay as part of the rock matrix, this because the clay has low permeability, and fluid inside clay porosity does not move freely during the passage of seismic wave. As a consequence, the non-instantaneous dissipation of pore pressure disturbance is a violation of the assumptions of the Gassmann's equations. Moreover, assuming that fluid properties are know and porosity and clay volume are determined from the conventional analysis of porosity and gamma rays logs, it is necessary to calibrate the bulk modulus of the mineral matrix (K_m) before using Gassmann's equations for fluid substitution. To this end, this dissertation proposes two alternative ways to calibrate the parameters of the Gassmann equation. One subdividing the profile in facies to estimate the constant values of the parameters K_m and critical porosity (ϕ_c). The other approch consider the reservoir as a single layer, with K_m varying as a fuction shale volume. In this case, I determine the bulk modulus of the mineral matrix of sand (K_{sd}) and shale (K_{sh}). Analysis of calibration and fluid substitution procedures based on synthetic data, simulating the response of a reservoir with four levels of variations in the sand-shale mixture, show that there is a region of ambiguity relating the parameters K_m e ϕ_c ou K_{sd} e K_{sh}. The regularization of model to find optimal values for K_m. As result, the fluid substitution can be done in two ways respectively using K_m (traditional method) or ϕ_c (alternative method). When using the alternative method, ϕ_c can be calculated according to the amount of clay, simply estimating the initial value for critical porosity of the sand ($\phi_{c\,sd}$) and shale ($\phi_{c\,sh}$). The calibration method fixing ϕ_c to find K_m as a fuction of shale volume validates the values of ϕ_c used in the substitution fluid alternative. Tests using real data show that by fixing ϕ_c and estimating K_m gives better modeling of the samples. Another study presented in this paper was to analyze the sensitivity of the parameters K_m, ϕ_c e ϕ so that we can quantify which of these generates a larger error in the incompressibility of the saturated rock, K_{sat}.

Keywords: Gassmann's equations, Rock Physics, Substitution Fluid, Bulk Modulus, Shear Modulus.

1 Introdução

Com o intuito de obter informações sobre a movimentação dos fluidos e a existência de barreiras ao fluxo, as empresas de petróleo utilizam a sísmica 4D. Sísmica 4D são levantamentos sísmicos 3D que são efetuados durante a linha produtora dos campos de petróleo, sendo esta uma ferramenta importante para o gerenciamento da produção, pois fornece uma interpretação a respeito da movimentação dos fluidos possibilitando assim a identificação de áreas com óleo não drenado. Com isso, tem-se uma redução de custos, aumento de produção e aumento da recuperação de reservas. Segundo Jack (1997) o monitoramento sísmico do reservatório através de levantamentos sísmicos 4D é possível porque durante a produção geralmente a pressão de poro, temperatura, porosidade e a saturação dos fluidos variam no reservatório e com isso induzem alterações na compressibilidade e densidade.

A substituição de fluidos é um procedimento que permite a determinação das propriedades elásticas de rochas saturadas com um fluido a partir das propriedades medidas quando a rocha está saturada com outro fluido. Esta é um das ferramentas mais demandadas da física de rocha sendo amplamente utilizada na interpretação quantitativa de perfis de poço e de dados sísmicos. Por exemplo, a substituição de fluidos pode ser utilizada para corrigir os perfis sônicos quando há invasão de filtrado de lama ou para a simular diferentes cenários de conteúdo de fluido para o cálculo de sismogramas sintéticos em estudos de AVO e sísmica 4D. A técnica mais usada para fazer a substituição de fluido, adota como formulação as equações de Gassmann (1951). O trabalho de Smith et al. (2003) explica como utilizar tais equações para fazer a substituição de fluidos, apresentando as principais fontes de erros deste procedimento.

Gassmann deduziu equações que relacionam velocidades da onda elástica num meio poroso saturado com as propriedades elásticas dos constituintes minerais, e do fluido. Estas equações possuem algumas suposições, uma delas é que a matriz da rocha é composta por um único mineral, ou seja, a equação não pode ser usada em rochas com multiminerais. Brown e Korringa (1975) resolveram este problema, generalizando a equação de substituição de fluido para explicar a presença de dife-

rentes minerais na matriz da rocha. Contudo, mesmo em sua forma mais simples, esta equação requer os vários parâmetros elásticos da matriz, ou seja, os paramêtros elásticos de cada mineral que compõe a matriz, muitas vezes de difícil derteminação. Testes numéricos mostram que, para rochas cujos minerais têm constantes elásticas da mesma ordem de grandeza (que é o caso, mesmo para diferentes minerais, como quartzo e argila), a precisão da equação de Gassmann é mais que suficiente se a incompressibilidade da matriz for calculada pela média de Voigt-Reuss-Hill.

A outra suposição das equações de Gassaman é que estas são válidas para baixas frequências, de tal forma que a pressão de poro seja equalizada sobre uma escala de tamanho muito maior que a dimensão do poro e muito menor que o comprimento da onda sísmica. Isto quer dizer que uma onda sísmica que se propaga na rocha produz um excesso na pressão de poros que pode ser ignorado, pois o fluido tem liberdade e tempo suciente para fluir no espaço poroso, eliminando qualquer gradiente de pressão. Por esse motivo, a utilização das equações de Gassmann para rochas ricas em folhelho é questionável porque a presença de folhelho no espaço poroso pode violar este pressuposto, já que o folhelho diminui a mobilidade do fluido no arenito, ou seja, se este estiver molhado a água que se encontra em seu interior permanece imóvel e com isso não entra em equilíbrio com o resto do espaço do poroso. Para superar esse obstáculo e fazer com que as equações sejam válidas para rochas com folhelho molhado, propõe-se uma abordagem alternativa, onde o folhelho molhado é tratado como parte da matriz. A porosidade deste folhelho é então excluída da porosidade total de modo que a porosidade utilizada na substituição de fluido é a porosidade efetiva, sendo esta menor que a porosidade total.

Além da presença de argila violar um dos pressupostos das equações de Gassmann, esta também afeta significantemente o comportamento elástico da rocha, os autores Han et al. (1986), Han (1986), Vernik e Nur (1992), Takahashi (2000), Dvorkin (2000), Pratson et al. (2003) e Mondol e Bjorlykke (2008) estudaram como o conteúdo de argila interfere nas propriedades elásticas e velocidades. Han (1986) afirma que a relação entre as velocidades sísmicas e a porosidade pode ser atribuída à litologia e mais especificamente ao conteúdo de argila, capaz de alterar a porosidade efetiva.

A principal dificuldade encontrada para fazer a substituição de fluido, utilizando as equações Gassmann, é determinar seus vários parâmetros de forma consistente. Estes parâmetros são usualmente encontrados da seguinte maneira:

- Incompressibilidade do Fluido (K_{fl}): A incompressibilidade da água, óleo e gás são calculadas pelas equações de Batzle e Wang (1992), já a incompressibili-

dade da mistura que satura a rocha é calculada pelas equações de Wood;

- Porosidade (ϕ): A porosidade total pode ser determinada através de dados provenientes de perfis de poços ou de dados sísmicos. Os perfis sônico, densidade e de nêutrons, também conhecidos como perfis de porosidade, são os mais utilizados para o cálculo da porosidade das rochas. Mas existe uma discussão de qual porosidade utilizar para fazer a substituição de fluido, a porosidade total ou a porosidade efetiva (DVORKIN et al., 2007). Os parâmentros elásticos respondem a porosidade total, mas o fluido que esta livre é aquele que se encontra na porosidade efetiva;

- Incompressibilidade da matriz (K_m): Este valor normalmente é estimado de acordo com a composição mineralógica de cada camada, há erros quando se faz isso. O artigo Dvorkin et al. (2007), apresenta maneiras de como determinar este parâmetro quando considera-se que o folhelho molhado compõe a matriz da rocha. O autor calcula a incompressibilidade da matriz pela média de Voigt-Reuss-Hill, considerando a incompressibilidade da matriz da areia como sendo a do quartzo puro e calcula a incompressibilidade da matriz do folhelho molhado através do modelo de (RAYMER et al., 1980) ou através do calculo da incompressibilidade da rocha saturada de um perfil onde tenha 100% de argila molhada;

- Incompressibilidade da rocha drenada (K_d): Uma dificuldade que encontramos na equação de Gassmann é o cálculo da incompressibilidade da rocha drenada, já que para o cálculo desta incompressibilidade certas suposições devem ser feitas sobre as propriedades da matriz e do fluido. Assim, erros nestas suposições, na porosidade e na incompressibilidade da rocha saturada conduzem a erros no cálculo desta incompressibilidade. Sendo assim existem duas possibilidades de fazer o cálculo desta variável uma proposta por Krief J. Garat e Ventre (1990) e a outra por Nur et al. (1998).

Tendo em vista estas dificuldades foi desenvolvida uma metodologia para fazer a calibração dos parâmetros intrínsecos da rocha, a incompressibilidade da matriz e porosidade crítica, para que assim possa ser feita a substituição de fluido utilizando Gassmann e a análise da sensibilidade da incompressibilidade da matriz, porosidade crítica e porosidade. A calibração destes parâmetros é feita a partir da inversão das equações de Gassmann onde considera-se que a incompressibilidade da rocha drenada é modelada por Nur et al. (1998) e a porosidade utilizada é a efetiva, devido aos problemas descritos anteriormente. Estes testes são realizados em um modelo

de mistura areia-folhelho, onde quantidade de argila em cada camada é seguida conforme definição de Vernik e Nur (1992), folhelho arenoso (f_{cl} $\geq$35%), arenito argiloso (f_{cl} varia de 12% a 27%), arenito (f_{cl} varia de 2% a 12%) e areia limpa ($f_{cl} <$ 2%). Em seguida a calibração foi realizada em dados reais.

A estrutura geral deste trabalho apresenta-se da seguinte forma:

No capítulo 2 são discutidos conceitos básicos da física de rocha como argilosidade, porosidade, saturação e relação entre os parâmetros da rocha e os atributos sísmicos. Isto se faz necessário para o entendimento da dissertação.

No capítulo 3 é feita uma explicação sobre a equação de Gassmann na substituição de fluido. Neste capítulo estão descritas definições, formas de calcular e as possíveis dificuldades para a determinação dos paramêtros da equação. E também todos os passos para se fazer a substituição na forma tradicional (usando porosidade total) e alternativa (porosidade efetiva).

No capítulo 4 é apresentada a metodologia para o fazer a calibração e a análise da sensibilidade dos paramêtros da rocha.

No capítulo 5 são apresentados os cálculos para a construção do modelo sintético da mistura arenito-folhelho, sendo que este é constituido de 3 camadas onde a quantidade de argila é variável de acordo com a classificação da rocha reservatório em termos da proporção de folhelho. E também são apresentados os testes com dados sintéticos, com a finalidade de testar e avaliar a calibração.

No capítulo 6 são apresentados testes em dados reais.

O trabalho é concluído no capítulo 7. É feita uma análise da metodologia proposta e de sua aplicabilidade prática.

2 Física de Rocha

Desde a década de 50, expressivos progressos foram feitos no estudo de propriedades elásticas de rochas e minerais, aplicando à geofísica de exploração e de reservatório. Em sismologia de exploração, ondas sísmicas trazem informação de rochas e fluidos da subsuperfície sob a forma de tempo de trânsito, amplitude e variações de fase. Numa primeira fase da história da exploração sísmica, os dados eram interpretados com o objetivo de mapear estruturas que pudessem ser armadilhas para hidrocarbonetos. Com o avanço da computação e das novas técnicas de processamento e interpretação, os dados passam a serem analisados para a determinação da litologia, porosidade, conteúdo de fluido nos poros, e saturação (WANG, 2001). A física de rocha desempenha uma importante função, faz o elo entre os atributos elásticos e as propriedades do reservatório. Mais precisamente, a física de rocha fornece meios para explicar a assinatura da reflexão sísmica através da quantificação das propriedades elásticas da rocha e dos fluidos.

A obtenção das propriedades petrofísicas tais como: porosidade, permeabilidade, conteúdo de argila e saturação de fluidos é de extrema importância, pois a acumulação e explotação de hidrocarbonetos estão fortemente vinculadas a elas e ao processo de fluxo de fluido nas rochas. Sendo assim, o problema da caracterização da variação das propriedades petrofísicas do reservatório é essencial para o desenvolvimento e gerenciamento da produção de um campo petrolífero.

Este capítulo trata das principais propriedades do reservatório, como a argilosidade, porosidade e saturação, além de fórmulas matemáticas relacionando estas propriedades com atributos sísmicos.

2.1 Argilosidade

Argilosidade é um parâmetro importante no estudo das características petrofísicas. Segundo Hearst et al. (2000), a argila pode estar distribuída de três formas no

arcabouço dos arenitos, sendo que cada forma influencia de maneira diferente as propriedades petrofísicas. A Figura 1 ilustra três formas de ocorrência e distribuição da argila no interior da rocha:

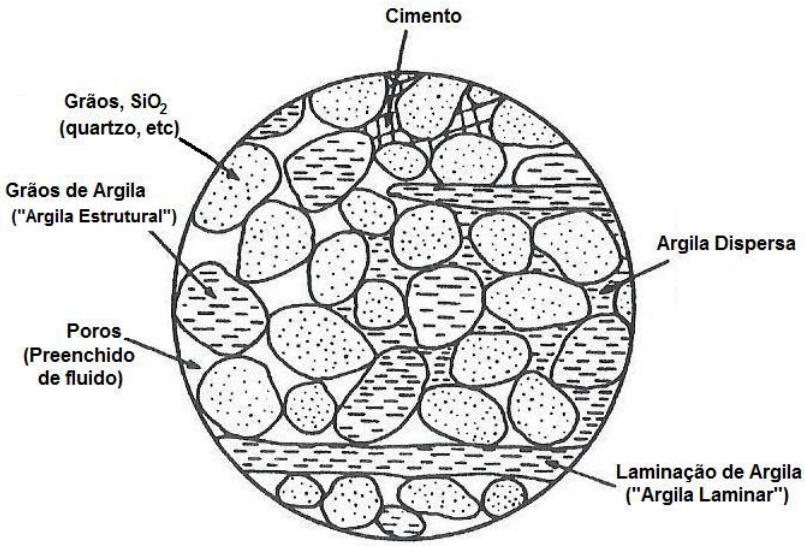


Figura 1: Três formas de ocorrência da argila no arcabouço do arenito. Sendo elas estrutural, laminar e dispersa. Adaptado de Hearst et al. (2000).

- Dispersa: A argila ocupa os espaços entre os grãos do arcabouço, ou seja, preenchem o espaço dos poros. Elas podem ser classificadas como detrítica (grãos muito finos introduzidos nos espaços vazios, ou seja, nos poros) ou diagenética (é formada a partir da solução depois que os sedimentos foram depositado). Sendo assim, a argila dispersa reduz a permeabilidade das camadas e a porosidade da rocha, podendo assumir as seguintes formas no espaço dos poros: partículas discretas, tais como caulinita dentro dos poros, clorita de formação na superfície do grão de areia e ilita fibrosa crescente na superfície em todo o espaço poroso. Este tipo de distribuição de argila também influência, em muito, as respostas físicas das rochas, mensuradas pelas ferramentas de perfilagem e refletidas nos perfis de porosidade, tais como os perfil de nêutron e o de densidade;

- Estrutural: Grãos de folhelhos são depositados como componentes da matriz mineral ou gerados pela alteração de outros minerais, durante o processo diagenético. Nem a permeabilidade nem a porosidade da rocha são alteradas com a presença de argila estrutural;

- Laminar: As argilas são depositadas em camadas contínuas ou em forma de lentes. Podendo causar alterações nos valores de permeabilidade, porosidade e resistividade.

As diferenças entre as respostas dos perfis de arenitos argilosos e arenito puro são causadas por minerais de argila. Em algumas literaturas petrofísicas f_{sh} é usado indistintamente para a fração volumétrica de argila e de folhelho, com consequente ambigüidade, pois a argila é um componente do folhelho. A distinção entre o conteúdo de folhelho e argila é definido pelas seguintes equações:

$$f_{sh} = \frac{\text{volume de argila e silte}}{\text{volume total da rocha}}, \tag{2.1}$$

$$f_{cl} = \frac{\text{volume do mineral de argila}}{\text{volume total da rocha}}, \tag{2.2}$$

$$f_{clwet} = \frac{\text{volume do mineral de argila+água retida na argila}}{\text{volume total da rocha}}. \tag{2.3}$$

Nota-se que f_{sh} é uma definição textural enquanto f_{cl} é uma definição mineralógica, alguns autores não concideram o volume de silte, com isto $f_{sh} = f_{cl}$, mas em geral $f_{cl} < f_{sh}$. Já f_{clwet} é a fração volumétrica de argila molhada, ou seja, leva em consideração a argila hidratada, com uma determinda quantidade de água.

A presença de argila produz resposta característica em diversos tipos de perfis, sendo esses chamados de indicadores de argila, tais perfis são: potêncial espontâneo, raios gama e resistividade. Estes perfis são comumente usados para estimar a quantidade de argila presente em uma dada camada. A determinação da argilosidade é essencial para a avaliação da porosidade efetiva (isenta de argila) e, consequentemente, para a avaliação da qualidade dos reservatórios. A partir da determinação da porosidade efetiva no reservatório, é estabelecido o volume passível de ser ocupado pelo hidrocarboneto.

Para a determinação do volume de folhelho presente na rocha a partir de perfis de raios gama, utiliza-se uma expressão dada por:

$$f_{sh} = \frac{GR - GR_{min}}{GR_{max} - GR_{min}}, \tag{2.4}$$

onde f_{sh} é a fração volumétrica de folhelho, GR é o valor lido no perfil, GR_{max} é o máximo valor que o perfil atinge, sendo este ponto considerado o ponto de folhelho puro e GR_{min} é o mínimo valor do perfil, considerado como ponto de areia limpa.

Para se determinar a quantidade de argila a partir do perfil SP (potêncial espontâneo), utliza-se a seguinte equação:

$$f_{cl} = 1 - \frac{SP}{SSP}, \tag{2.5}$$

onde f_{cl} representa a fração volumétrica de argila, SP é o valor lido de uma camada que se suspeita que tenha uma maior quantidade de argila e SSP é o valor lido na camada menos argilosa, este valor deve ser lido em um intervalo com água pois na presença de óleo ocorre uma redução da amplitude da curva.

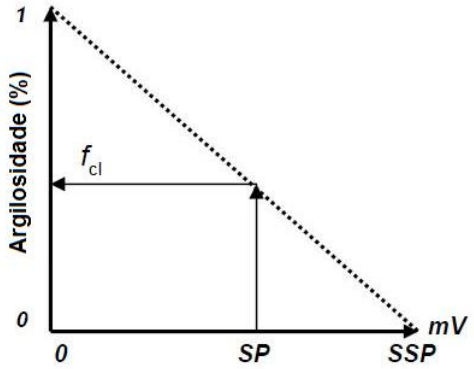


Figura 2: Curva de determinação do SP

2.2 Porosidade

A porosidade absoluta, total, ou simplesmente porosidade mede a capacidade da rocha de armazenar fluidos, sendo calculada pela seguinte equação:

$$\phi_t = \frac{V_{poro}}{V_t} = \frac{V_t - V_{solido}}{V_t}, \tag{2.6}$$

onde V_{poro} e V_t são o volume de poros da rocha e o volume total respectivamente. A porosidade pode ser expressa em percentual ou fração.

Estudos geológicos mostram que a porosidade pode ser classificada em:

- Porosidade primária - é aquela que a rocha adquire durante a sua deposição ou bioconstrução. Um exemplo de porosidade primária é a porosidade intergranular dos arenitos, que refere-se aos espaços vazios naturalmente existentes entre os grãos sólidos das areias. E a porosidade interparticular dos calcários, sendo semelhante à porosidade intergranular, onde os grãos são correspondentes a fragmentos de carapaças ou esqueletos carbonáticos.

- Porosidade secundária - é aquela resultante de processos geológicos subsequentes à conversão dos sedimentos em rochas. Exemplo de porosidade se-

cundária é o desenvolvimento de fraturas em arenitos, folhelhos e carbonatos e as cavidades devidas à dissolução nos carbonatos. No caso da porosidade secundária desenvolvida pela dissolução, o tamanho do poro varia desde milímetro até cavernas.

A porosidade efetiva cuja definição é a razão entre o volume de poros interconectados e o volume total da rocha. Como os poros isolados não estão acessíveis para a produção de fluidos, o parâmetro que realmente interessa é a porosidade efetiva pois esta representa o volume máximo de fluido que pode ser extraído da rocha.

2.2.1 Fatores que afetam a porosidade

As rochas sedimentares, como: arenito, calcário, sal, carbonatos, ect, resultam da deposição de detritos de outras rochas (magmáticas ou metamórficas), ou do acúmulo de detritos orgânicos ou ainda, da precipitação química. Quando a rocha sedimentar é constituída de partículas preexistentes, pode ser classificada como clástica. O processo geológico que une as parículas é denominado litificação ou diagênese, compreendendo a combinação dos processos de compactação e cimentação.

Os principais fatores que afetam a porosidade nos arenitos são:

- Grau de seleção: quanto melhor for a seleção dos grãos maior será a porosidade, pois os sedimentos que possuem grãos bem selecionados possuem poucos detritos finos que possam preencher os espaços vazios. A Figura 3 ilustra esta diferença. O tamanho das partículas ou granulometria, teoricamente não deveria influenciar no valor da porosidade, mas na prática foi verificado que os sedimentos grosseiros possuem porosidade menor que os mais finos. A Tabela 1 mostra a variação da porosidade em função da granulometria (GOMES, 2002);

Granulometria	Porosidade
Areia Grossa	39 - 41
Areia Média	41 - 48
Areia Fina	44 - 49
Silte Fino	50 - 54

Tabela 1: Valores da porosidade em sedimentos com diferentes granulometria.

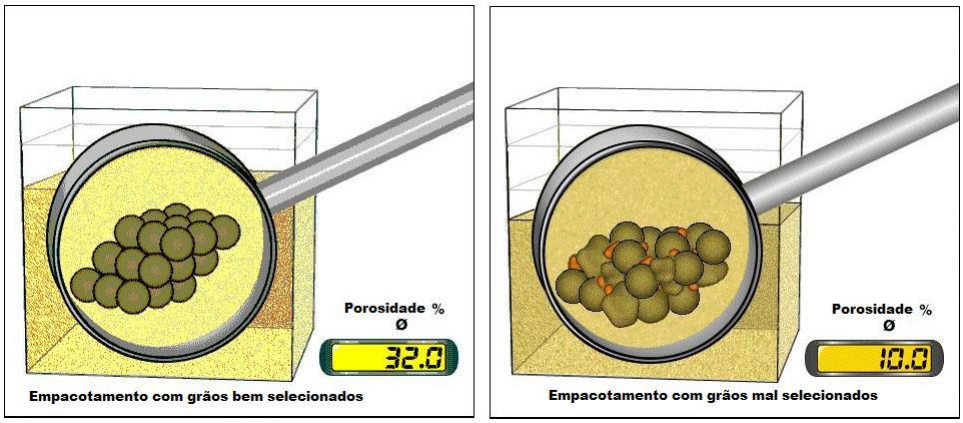


Figura 3: Como o grau de seleção dos grãos afetam a porosidade (CARRASCO, 2009).

- Irregularidade dos grãos: a forma dos grãos influencia a porosidade, pois quanto mais arredondados e esféricos forem os grãos, menor será a porosidade. Um exemplo é o quartzo moído, que possui porosidade de 44%, enquanto a areia de duna apresenta uma porosidade de 38%. A esferocidade do quartzo moído é de 0,6 a 0,65, enquanto que a esferocidade da areia está na faixa de 0,82 e 0,84. Desse modo, conclui-se que quanto maior a irregularidade na forma dos grãos maior será o valor da porosidade da rocha. As rochas que possuem grãos achatados, dispostos caoticamente são as que têm maiores porosidades (GOMES, 2002);

- Arranjo dos grãos: Graton e Fraser (1935) discutem os efeitos da disposição dos grãos sobre a porosidade, resultando em diferentes porosidades teóricas em função dos diferentes arranjos que podem tomar os grãos. Um empacotamento cúbico, produz porosidade de cerca de 47,64%, enquanto que um empacotamento romboédrico produz uma porosidade da ordem de 25,95%. A Figura 4 mostra estes dois tipos empacotamentos;

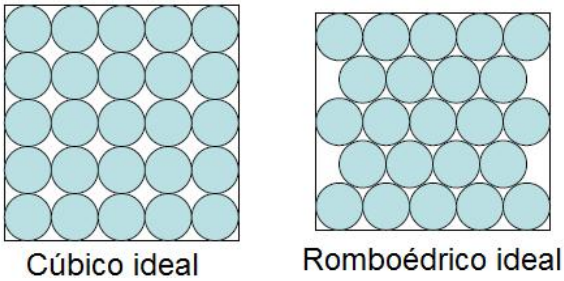


Figura 4: Tipos de Empacotamento.

- Compactação e cimentação: a compactação devido ao soterramento faz com que os grãos fiquem mais próximos, reduzindo a porosidade. O efeito da compactação sobre as rochas argilosas é ainda maior, implicando em uma dependência entre a profundidade de soterramento. A cimentação também acarreta uma redução da porosidade pois o cimento é introduzido entre os grãos da rocha, também contribuindo para a redução do espaço poroso;

- Testemunhagem: o fator que pode influenciar na porosidade, no caso de testemunhos é o próprio processo de obtenção dos mesmos, que pode resultar em deformação ou dano do testemunho. O processo de limpeza e secagem das amostras ou dos testemunhos para a retirada de impurezas das amostras de rocha (lama, petróleo, água, ect) também são fundamentais para a qualidade da porosidade medida;

- Conteúdo de argila: é outro fator que afeta a porosidade, com diferentes graus de influencia dependendo da maneira que esta estiver distribuida no arcabouço da rocha. Existem vários estudos sobre como seria a influência da argila, por exemplo: a Figura 5 mostra a partir de experimentos descritos nos artigos (PRATSON et al., 2003) e (MARION et al., 1992), como a argila influencia na velocidade e na porosidade. Já as Figura 6 e 7 fazem parte do modelo de Thomas e Stieber que também estuda a influencia da argila. Abaixo está descrito o modelo, onde para cada tipo de mistura areia-folhelho foi analisado como a porosidade varia:

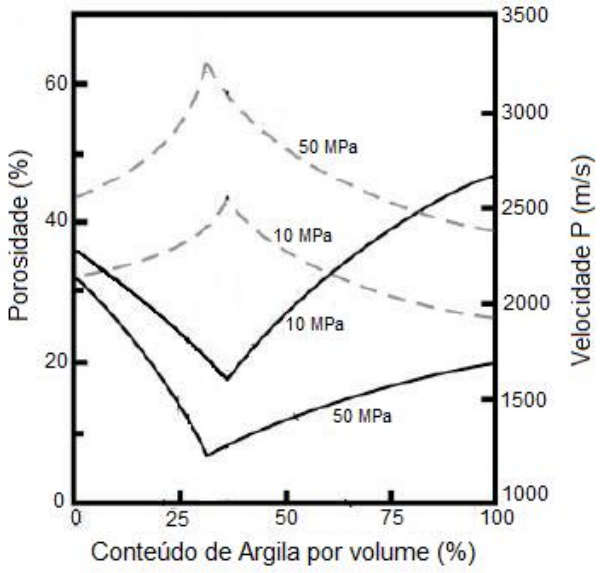


Figura 5: Porosidade (linha sólida) e velocidade compressional (linha tracejada), a uma pressão de soterramento de 10 MPa e 50 MPa como função do conteúdo de argila. (PRATSON et al., 2003)

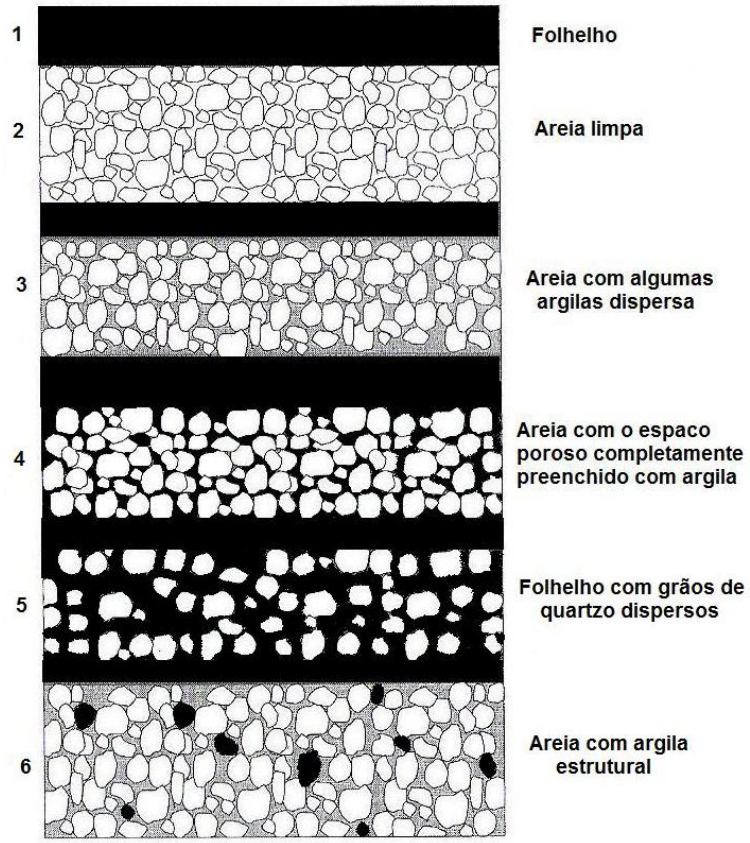


Figura 6: Representação esquemática de diferentes tipos de misturas de areia e folhelho sendo: 1) folhelho laminado, 2) areia limpa, 3) areia com argila dispersa, 4) areia com argila estrutural, 5) folhelho com grãos de quartzo disperso e 6) areia com argila estrutural (MAVKO et al., 1998).

– Camada de folhelho: (primeira camada da Figura 6 e ponto C na Figura 7) a porosidade total será:

$$\phi_t = \phi_{sh}. \tag{2.7}$$

– Camada de areia limpa: (segunda camada da Figura 6 e ponto A na Figura 7) a porosidade total desta camada será:

$$\phi_t = \phi_{sd} \equiv \phi_e. \tag{2.8}$$

– Camada de areia com argila dispersa: (camada 3 da Figura 6; linha A-B na Figura 7) nesta camada o conteúdo de argila é menor que a porosidade da areia limpa ($f_{cl\,disp} < \phi_{sd}$) as partículas de argila preenchem o espaço poroso e a porosidade diminui linearmente com o aumento do conteúdo de argila a porosidade total desta camada é calculada pela equação (2.9), onde $f_{cl\,disp}$ é o volume de argila dispersa no arcabouço da areia;

$$\phi_t = \phi_{sd} - (1 - \phi_{sh}) f_{cl\,disp}. \tag{2.9}$$

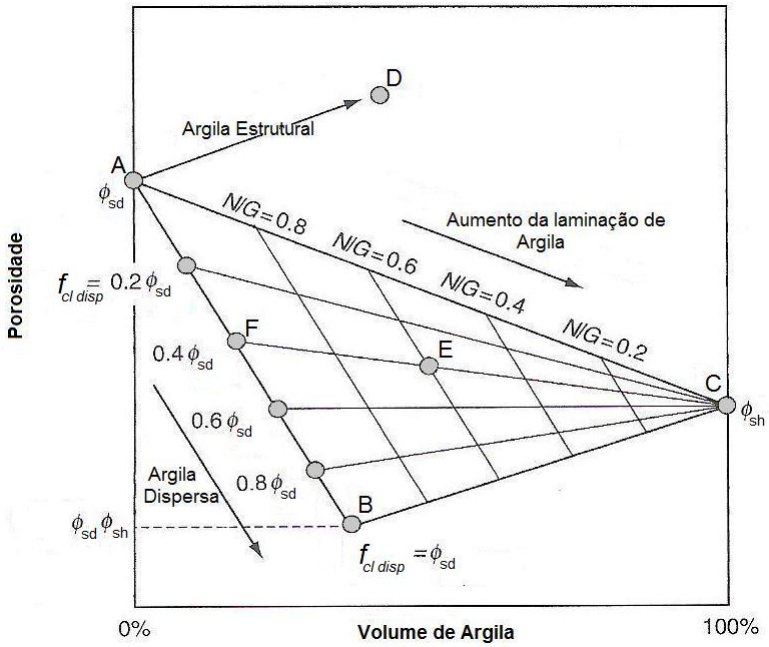


Figura 7: Porosidade versus volume de argila. f_{cl} é o volume de argila dispersa no espaço poroso da areia. A porosidade mínima ocorre quando os poros estão completamente preenchidos por argila, $f_{cl\,disp} = \phi_{sd}$. Net-to-gross, N/G, é volume de areia limpa em relação ao volume total da rocha . (MAVKO et al., 1998)

– Camada de areia com o espaço poroso completamente preenchido por folhelho: (camada 4 da Figura 6; ponto B da Figura 7) a porosidade total é determinada pela equação (2.10). Neste caso $f_{cl\,disp} = \phi_{sd}$, resultado em;

$$\phi_t = \phi_{sd}\phi_{sh}. \tag{2.10}$$

– Camada de folhelho com grãos de quartzo dispersos: (camada 5 da Figura 6; linha B-C na Figura 7) nesta camada a porosidade total será dada pela seguinte equação (2.11).

$$\phi_t = f_{sh}\phi_{sh}. \tag{2.11}$$

Neste caso a microporosidade do folhelho é substituida pelos grãos de quartzo, reduzindo a porosidade total;

– A camada 6 da Figura 6 é composta por folhelhos estruturais distribuidos no arcabouço da areia, a linha A-D representa como a porosidade total varia em função ao aumento da quantidade de argila estruturais (ver Figura 7) a equação que descreve esta variação é (2.12). Neste caso, presume-se que alguns dos grãos de quartzo são substituídos por argila porosa, resultando em um acréscimo da porosidade total.

$$\phi_t = \phi_{sd} + \phi_{sh} f_{cl\,est}. \tag{2.12}$$

Para uma sequência de argila laminado e areia suja (areia com mais de 10% de argila ou silte), a porosidade total é calculada pela equação (2.13). Onde N/G é net-to-gross, esta variavel não é idêntica a quantidade de argila uma vez que alguns argilas dispersas podem estar dentro da areia.

$$\phi_t = N/G[\phi_{sd} - (1 - \phi_{sh}) f_{cl\,disp}] + (1 - N/G)\phi_{sh}. \tag{2.13}$$

A natureza dos grãos a partir de minerais com composição diferente da sílica é muito relativa e reduz a porosidade. Entretanto, a dissolução aumenta a porosidade que passa a ser chamada de porosidade secundária, esta pode ocorrer nos minerais do material depositado ou no cimento autígênico, formando posteriormente à deposição. Minerais que substituem minerais preexistentes também são passíveis de dissolução. Outro fator que também afeta a porosidade é a autigênese, que é o processo de recristalização de minerais dentro da própria rocha ou que ocorre nos espaços porosos existentes dessa rocha. Isto significa que, os minerais formados após a deposição reduzem significativamente a porosidade (GOMES, 2002).

2.2.2 Maneiras de determinação da porosidade a partir de dados de perfis e testemunho

A porosidade é normalmente determinada através de dados provindos de poços (perfis e testemunhos). A partir de perfis de poço, pode-se calcular a porosidade do intervalo desejado utilizando um ou mais perfis. Os perfis sônico, de densidade e de nêutrons são também conhecidos como perfis de porosidade, por conterem um alto nível de informação sobre a porosidade, sendo estes os mais utilizados para o cálculo desta variável. A profundidade de investigação desses perfis é pequena, com respostas dependentes essencialmente das características das rochas adjacentes ao poço. Para cada tipo de perfil, existem expressões analíticas que incorporam certas suposições sobre diferentes tipos de correções para resolver possíveis violações.

Se a porosidade for derivada diretamente de um perfil, sem correção para o volume de argila, esta deve ser considerada como sendo porosidade aparente ou total. Se a camada analisada não possuir argila, a porosidade total torna-se equivalente à porosidade efetiva. Na presença de argila, deve ser efetuar uma correção do efeito de argila para obter a porosidade efetiva a partir da porosidade total. Não se usa leituras

de perfis diretamente para encontrar a porosidade efetiva, a menos que o volume de argila seja zero (CRAIN, 1986).

Para determinar a porosidade efetiva a partir de um único perfil deve-se conhecer a litologia, a argilosidade, a densidade da matriz e os fluidos que saturam a rocha, além de fazer a correção do filtrado de lama. Como os perfis respondem de maneira diferente para os minerais da matriz, para a presença de gás ou óleo leve e para a geometria de poros, o recomendável é utilizar a combinação de perfis.

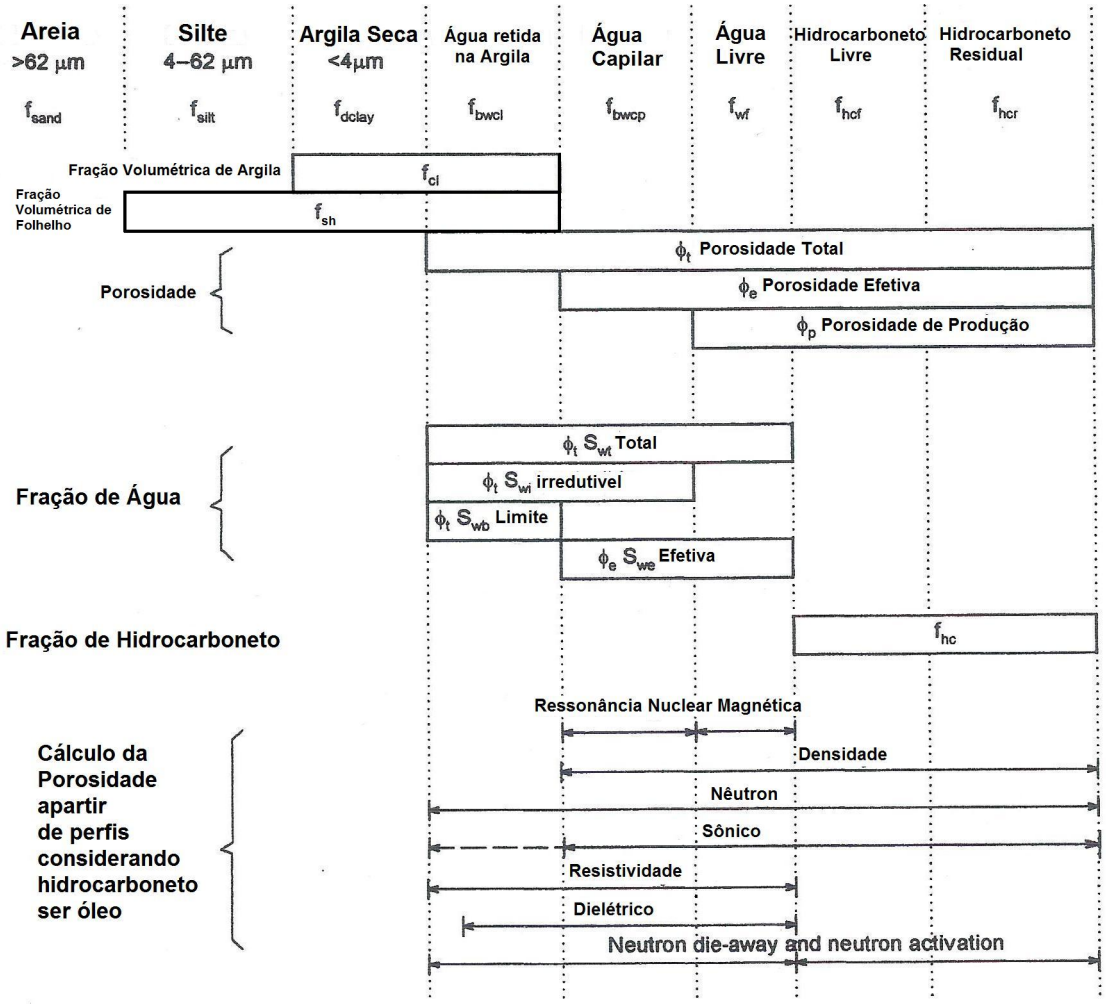


Figura 8: Divisão do arenito argiloso em areia, silte, argila e o espaço poroso. Determinação da porosidade através de medidas de perfis. (HEARST et al., 2000).

2.2.2.1 Determinação da porosidade a partir do perfil sônico

Wyllie (1949), estudando a correlação que existe entre o tempo de trânsito e a porosidade, demonstrou como usar o perfil sônico para determinar a porosidade intergranular das rochas sedimentares. O perfil sônico registra sempre o menor tempo de trânsito ou o primeiro evento que chega ao receptor, independentemente da trajetória

percorrida pela onda, entre o transmissor e o receptor. O som na matriz das rochas tem maior velocidade que nos fluidos, de modo que o sônico tende a registrar somente a porosidade interligada ou intergranular, "*by passing*" os espaços vazios isolados, tipo cavidades ou vesículas (NERY, 2010c).

O tempo de trânsito (Δt) nada mais é do que um valor médio, ponderado volumetricamente entre os tempos dos elementos envolvidos na trajetória do impulso sonoro, isto é :

$$\phi_s = \frac{\Delta t - \Delta t_m}{\Delta t_{fl} - \Delta t_m} \tag{2.14}$$

onde Δt_m é o tempo de trânsito na matriz (sólidos), Δt_{fl} é o tempo de trânsito na mistura de fluidos e Δt é o tempo de trânsito sólidos+fluidos.

Esta equação, denominada do tempo médio de Wyllíe, somente calcula porosidades realistas das rochas quando elas estiverem saturadas com água ($S_{água}$ = 1), compactadas, com porosidade intergranular e isentas de argila (f_{cl} = 0). Condições estas estabelecidas experimentalmente pelo seu autor. Na prática, como ignoramos inicialmente quanto de óleo/gás/água tem a rocha, calculamos sempre ϕ_s com o Δt_{fl} igual ao da água.

A presença de argila nas camadas permoporosas aumenta a quantidade de água intersticial (comparadas àquelas limpas ou sem argila), atenua a velocidade do som e aumenta o Δt registrado.

Fazendo-se um balanço dos tempos e materiais, segundo Wyllie, obtém-se :

$$\phi_{sc} = \frac{\Delta t - \Delta t_m}{\Delta t_{fl} - \Delta t_m} - f_{cl}\frac{\Delta t_{cl} - \Delta t_m}{\Delta t_{fl} - \Delta t_m} \tag{2.15}$$

Denominando-se os termos $(\Delta t - \Delta t_m)/(\Delta t_{fl} - \Delta t_m)$ de porosidade sônica (ϕ_s) e$(\Delta t_{cl} - \Delta t_m)/(\Delta t_{fl} - \Delta t_m)$ de porosidade aparente dos folhelhos adjacentes (ϕ_{ssh}), tem-se:

$$\phi_{sc} = \phi_s - f_{cl}\phi_{ssh} \tag{2.16}$$

onde, ϕ_s é a porosidade sônica calculada, segundo Wyllie, como se a rocha fosse limpa (sem argilosidade) e f_{cl} é o volume fracionário de argila calculada pelo perfil de potêncial espontâneo (NERY, 2010c).

2.2.2.2 Determinação da porosidade a partir do perfil de densidade

De modo análogo ao sônico, a equação do perfil de densidade pode ser expressa como:

$$\phi_D = \frac{\rho_B - \rho_m}{\rho_m - \rho_{fl}} \tag{2.17}$$

sendo a densidade da matriz da rocha (ρ_m) da ordem de 2,65 (se for arenito), 2,71 (se calcário) e 2,87 g/cm^3 (se dolomíto). Por sua vez ρ_{fl} corresponde a densidade do fluido da zona de investigação, filtrado. A razão de se usar o fluido da zona lavada, reside na pequena investigação da ferramenta (NERY, 2010a).

O efeito da argilosidade (f_{sh}) sobre a porosidade determinada através do perfil de densidade (ϕ_D), não é bastante evidenciado porque, de um modo geral, a densidade do folhelho (ρ_{sh}) se aproxima da densidade da matriz (ρ_m). O cálculo da porosidade efetiva se faz pela seguinte equação:

$$\phi_e = \phi_{DC} = \phi_D - f_{sh}\phi_{Dsh} \tag{2.18}$$

onde ϕ_e é a porosidade efetiva da rocha; ϕ_{DC} é a porosidade do perfil de densidade corrigida pela argilosidade; ϕ_D é a porosidade calculada pelo perfil de densidade, usando água (filtrado) e matriz determinada preferentemente por apoio laboratorial; f_{sh} é o volume fracionário de folhelho ou argila na rocha; ϕ_{Dsh} é a porosidade aparente calculada nos folhelhos adjacentes (sobre e sotopostos) a camada em estudo e com os mesmos parâmetros usados no cálculo de ϕ_D (NERY, 2010b).

2.2.2.3 Determinação da porosidade a partir do perfil de nêutrons

Os perfis de Nêutrons defronte a intervalos argilosos, mostram altas porosidades. A explicação para o fato está no elevado teor de água livre adsorvida em seus poros (excesso de H^+). Quanto maior o teor de H^+ no meio, maior a porosidade do perfil de nêutrons (ϕ_N). Consequentemente, as porosidades registradas por tais perfis devem ser corrigidas pela argilosidade. O cálculo da porosidade efetiva se faz pela seguinte equação:

$$\phi_e = \phi_{NC} = \phi_N - f_{sh}\phi_{Nsh} \tag{2.19}$$

onde: ϕ_{NC} é a porosidade do perfil de nêutrons corrigida pela argilosidade; ϕ_N é a porosidade lida no perfil de nêutrons, com a matriz corrigida para a litologia conhecida; f_{sh} é o volume total de folhelho ou argila na rocha, escolhido o mais representativo entre os diversos indicadores existentes; ϕ_{Nsh} é a porosidade aparente lida nos folhelhos sobre e sotopostos a camada em estudo e com os mesmos valores de matriz usados em ϕ_N (NERY, 2010b).

2.2.2.4 Determinação da porosidade efetiva e do fluido livre a partir do perfil de ressonância nuclear magnética

Este perfil produz um campo magnético aproximadamente perpendicular ao campo magnético da Terra. Se o campo magnético artificial é mantido por um tempo suficiente, uma fração dos prótons contidos na água, óleo e gás que satura as rochas, dentro da profundidade de investigação, são alinhados com esse campo. Após um certo período de tempo, a corrente na bobina é desligada. Então a mesma bobina é usada para registrar o sinal induzido pelos prótons alinhados quando eles precessionam com a freqüência de Larmor em torno do campo magnético da Terra.

O comportamento do tempo de relaxação termal (T1) depende da mobilidade dos prótons e das fontes de campos magnéticos locais (heterogeneidades). Para que a relaxação ocorra deve haver interação entre os spins e a rede de moléculas. O tempo de relaxação é longo tanto quando a mobilidade molecular é muito baixa (como em um fluido muito viscoso) quanto quando a mobilidade é muito alta.

A principal medição da ferramenta de NMR é a fração volumétrica de fluido livre (FFI). Uma vez que petróleo e água têm, aproximadamente, o mesmo teor de prótons, ambos os fluidos contribuem para esta medida, sob condições usuais de perfilagem. A diferença entre a porosidade deduzida por outras ferramentas de perfilagem e o FFI indica a fração volumétrica de água irredutível. Isto porque o FFI não é sensível aos fluidos percolados na matriz ou nos folhelhos (devido ao atraso de 20 ms) (NERY, 2010b).

2.2.2.5 Determinação da porosidade através de testemunhos

Porosidade pode ser determinada através de ensaios petrofísicos, fazendo-se o uso de amostras de testemunhos. O maior problema desse ensaio é produzir em laboratório as condições do reservatório. Existem problemas quando a rocha não é consolidada, sendo necessária a utilização de técnicas de congelamento e encapsu-

lamento. Existem vários outros métodos para a determinação da porosidade, sendo eles: método da imbibição, método da injeção de mercúrio, métodos óticos e o método da injeção de gases, mas normalmente nos ensaios laboratoriais a medição da porosidade é feita determinando-se, pelo menos, dois de três parâmetros básicos, volume total, volume de sólido e volume de poros.

$$V_{total} = V_{solidos} + V_{poros}. \tag{2.20}$$

2.3 Saturação

A saturação determina a quantidade relativa de um fluido ou gás em relação ao espaço poroso da rocha, sendo expressa em fração ou em porcentagem. Como foi visto anteriormente, a porosidade representa a fração do volume total de rocha que é espaço vazio. Desse modo, o coeficiente de saturação é uma fração de outra fração. Por exemplo, se o espaço poroso de uma rocha estiver completamente preenchido por água, então esta rocha está 100% saturada por água. Se os poros estiverem preenchidos em sua metade por água (saturação de água 50%) e o espaço poroso ocupar 10% do volume total de rocha (10% de porosidade), então o volume de água compõe 5% do volume da rocha (LIMA, 2006).

- Saturação de Oléo: $S_{oleo} = \frac{V_{oleo}}{V_{poro}}$;
- Saturação de Água: $S_{agua} = \frac{V_{agua}}{V_{poro}}$;
- Saturação de Gás: $S_{gas} = \frac{V_{gas}}{V_{poro}}$.

$$1 = S_{oleo} + S_{agua} + S_{gas}. \tag{2.21}$$

A rocha também contêm uma saturação irredutível de água e oléo. Sua ordem de grandeza vai depender de fatores como: diâmetro e interconexão entre os poros, porosidade, fenômenos elétricos relacionados com o tipo de grãos e a pressão capilar.

2.4 Relação entre os parâmetros petrofísicos e propriedades elásticas das rochas

As pesquisas na área da física de rocha estão voltadas para avaliar não somente, a influência que uma determinada propriedade tem sobre os parâmetros elásticos e

velocidade sísmica, mas também de que forma ocorre a interdependência entre um determinado conjunto de propriedades. A Figura 9 concisamente resume os efeitos das propriedades da rocha na velocidade sísmica.

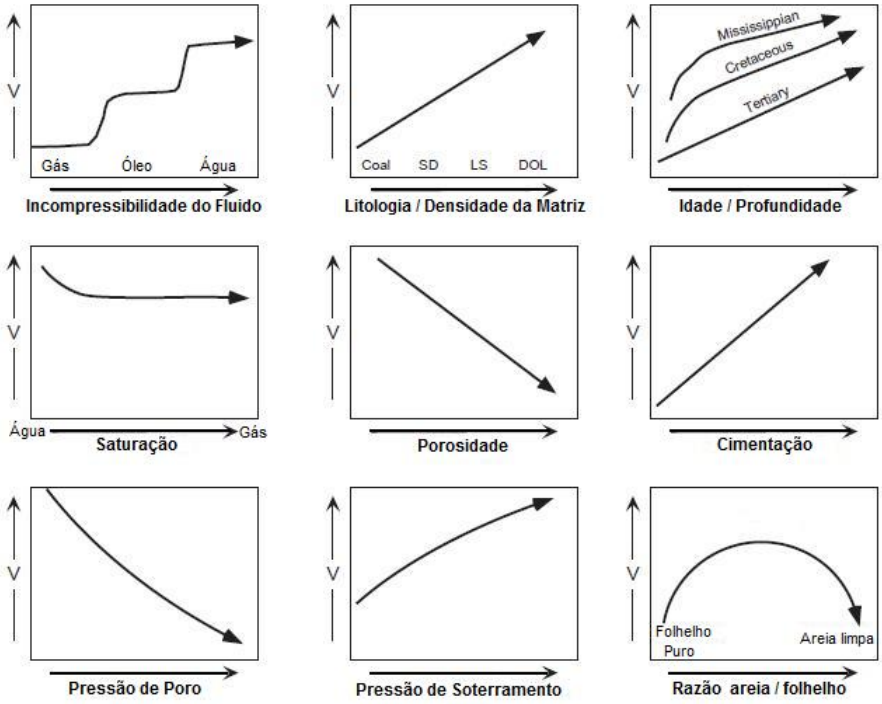


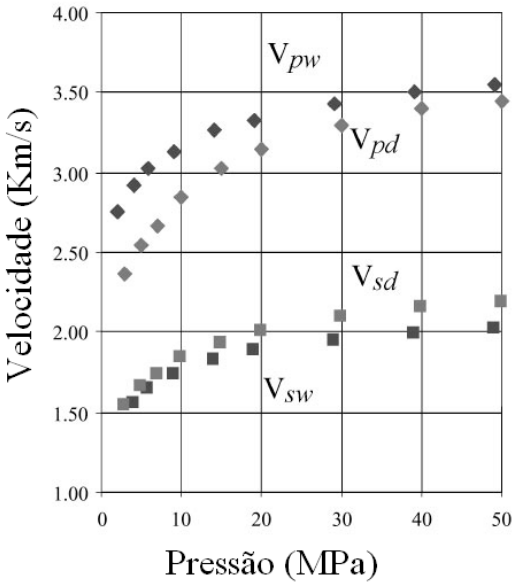
Figura 9: Efeito das propriedades da rocha na velocidade sísmica (TAKAHASHI, 2000).

2.4.1 Efeito do fluido nas propriedades sísmicas

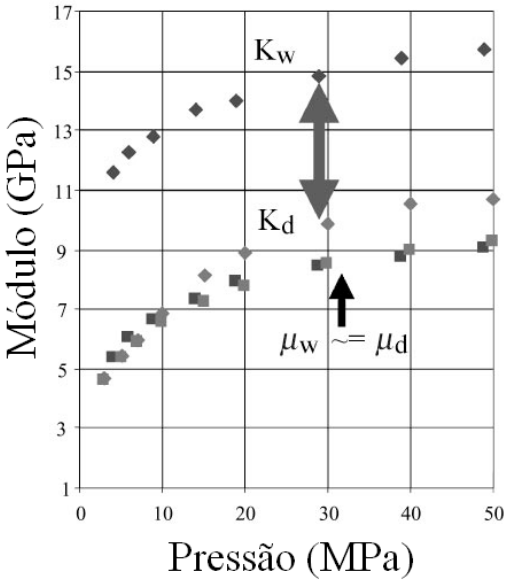
De acordo com o artigo de Han e Batzle (2004), a resposta sísmica do reservatório é diretamente controlada pelas velocidades compressional (onda P) e cisalhante (onda S), junto com a densidade. A Figura 10a mostra medidas de velocidade das ondas P e S em arenitos drenados e saturados com água, como função da pressão diferencial. Note que em arenitos saturados com água, a velocidade da onda P aumenta ligeiramente, enquanto que a velocidade da onda S diminui ligeiramente. Contudo, nem a velocidade da onda P nem a da onda S é um bom indicador do efeito da saturação de fluido por causa da interelação entre as ondas P e S pelo módulo de cisalhamento e pela densidade total (RUSSELL et al., 2003).

$$V_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho_B}}; \tag{2.22}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_B}}. \tag{2.23}$$



(a) Variação da Velocidade em função da pressão diferencial.



(b) Variação do módulo elástico pela pressão diferencial.

Figura 10: Na Figura a são observadas as medidas de velocidade das ondas P e S em arenitos drenados e saturados com água, como função da pressão diferencial. Já na Figura b foi plotada a diferença entre a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento nas condições do arenito drenado e saturado com água, como função da pressão diferencial (HAN; BATZLE, 2004)

onde K é a incompressibilidade, μ é o módulo de cisalhamento e ρ_B é a densidade total da rocha. Em contraste, se plotarmos a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento como função da pressão, (ver Figura 10b), o efeito da saturação de água é mais evidente. Pode-se notar que a incompressibilidade aumenta perto de 50%, enquanto o módulo de cisalhamento permanece constante. Pela Figura 10b nota-se que a incompressibilidade é mais sensível a mudanças da saturação. A passagem da onda sísmica gera uma mudança no volume de poro causando um aumento da pressão de poro. Este aumento da pressão endurece a rocha e causa um incremento na incompressibilidade. Já a deformação cisalhante, não produz uma mudança no volume de poro e, consequêntemente, diferentes fluidos não afetam o módulo de cisalhamento. Portanto, algum efeito de mudança na saturação do fluido deve afetar principalmente a incompressibilidade. A Figura 11 mostra variações no domínio $K - \phi$ devido a mudanças na incompressibilidade do fluido que satura a rocha. As amostras então sujeitas a uma pressão constante e igual a 40 MPa. Nota-se que a tendência é vertical.

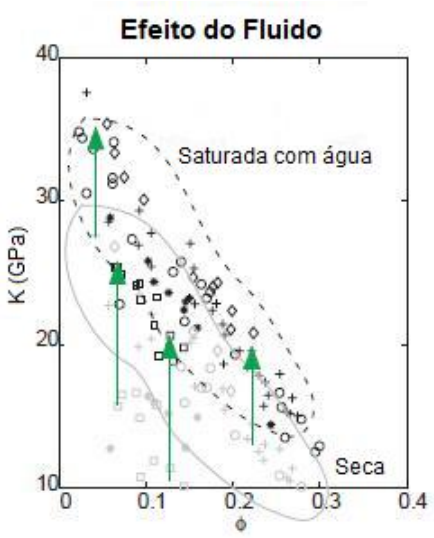


Figura 11: Variação no domínio K-ϕ devido a alteração da incompressibilidade do fluido (TAKAHASHI, 2000).

2.4.2 Efeitos da porosidade, forma do poro e conteúdo de argila

A velocidade da rocha diminui com o aumento da porosidade. Tal relação entre porosidade e velocidade, decorre em maior parte pela forma do poro, do que pela porosidade em si. Por exemplo, uma rocha com baixa porosidade e poros achatados, pode ter uma velocidade sísmica menor que uma rocha com alta porosidade e poros esféricos. Isto porque poros achatados são muito mais compressíveis que poros

esféricos.

A variação que o conteúdo de argila causa na velocidade sísmica é mais dependente do tipo de argila e de como as partículas estão posicionadas na rocha. Se a argila faz parte da matriz da rocha e se a argila é mais compressível que o quartzo, a velocidade diminuirá com o aumento do conteúdo de argila. Tosaya e Nur (1982) fizeram estudos do efeito da combinação do conteúdo de argila e porosidade na velocidade sísmica. Han et al. (1986) prolongaram estes estudos e desenvolveram um conjunto de relações empíricas entre velocidade, porosidade e conteúdo de argila que foram baseados em medições de laboratório, usando-se cerca de 80 amostras de arenito saturados com água. As relações assumem a seguinte forma linear:

$$V_p = a_1 - b_1\phi_t - c_1 f_{cl}, \tag{2.24}$$

$$V_s = a_2 - b_2\phi_t - c_2 f_{cl}, \tag{2.25}$$

onde $a,\ b\ e\ c$ são constantes da equação, ϕ é a porosidade e f_{cl} fração volumétrica de argila. Na Tabela 2 estão relatados alguns valores para as constantes das equações (2.24) e (2.25), estes variam com a pressão de soterramento e foram encontrados de forma empírica por Han (1986).

Pressão	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2
40 MPa	5,59	6,93	2,18	3,52	4,91	1,89
30 MPa	5,55	6,96	2,18	3,47	4,84	1,87
20 MPa	5,49	6,94	2,17	3,39	4,73	1,81
10 MPa	5,39	7,08	2,13	3,29	4,73	1,74
5 MPa	5,26	7,08	2,02	3,16	4,77	1,64

Tabela 2: Valores dos coeficiente das equações 2.24 e 2.25 (HAN, 1986).

Uma extensa base de dados de medidas petrofísicas em alta pressão efetiva sobre uma variedade de tipos de rochas em sequências sedimentares clásticas foi gerada por Vernik e Nur (1992) para desenvolver uma classificação petrofísica de rochas siliciclásticas e derivar novos modelos que descrevem as relações entre os parâmetros físicos destas rochas. Com base em microscopia óptica, microscopia eletrônica de varredura e dados experimentais quatro grupos são distinguidos, sendo estes arenito limpo, arenito, arenito argiloso e folhelho arenoso. Cada um desses grupos petrofísicos é caracterizado por sua distinta mineralogia, textura, bem como a posição estrutural e quantidade de argila.

Na Figura 12 esta representada a classificação petrofísica dos grupos de acordo com a quantidade de argila para todas as amostras de laboratório de Vernik e Nur (1992). Existe algumas insuficiências nesta classificação. Por exemplo, alguns arcósios ricos em feldspatos ou arenitos líticos, podem cair na categoria de *wackes* se a maioria dos feldspatos e grãos líticos forem transformados em pseudomórfico agregados de argila, dando origem aparentemente a uma estrutura de matriz-suportada, contendo fragmentos de quartzo separados mecanicamente.

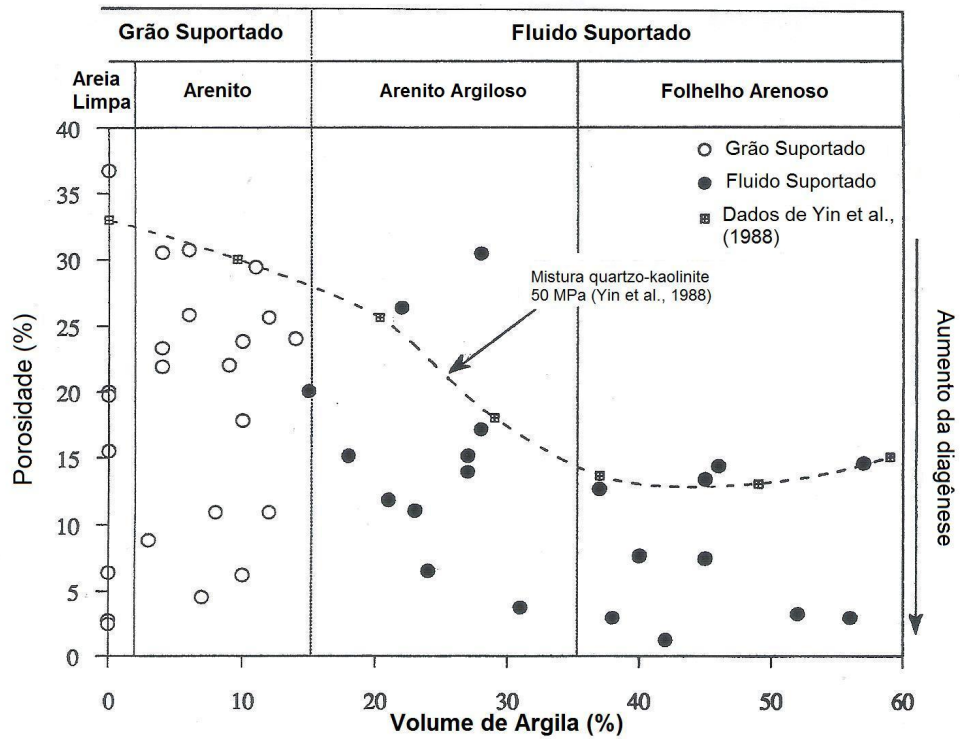


Figura 12: Porosidade x conteúdo volumétrico de argila e classificação petrofísica das rochas siliciclásticas (VERNIK; NUR, 1992).

Os minerais de argila no segundo grupo são principalmente produzidos pela diagênese de minerais de silicatos e fragmentos de rochas, resultando em uma redução acentuada do módulo elástico dessa rocha de grão suportado. Os arenito argiloso são litologias de matriz-suportada, que possuem menor módulo elástico comparável às rochas dos dois primeiros grupos. No gráfico da Figura 13 e 14 está representada a relação velocidade-porosidade para cada um dos grupos descritos anteriormente. O coeficiente de correlação R (Figuras 13 e 14), que assume valores no intervalo de 0.97 a 1, enfatiza a validade da classificação petrofísica desenvolvida. Sendo assim as estimativas de porosidade ou previsões de litologia são precisas, em comparação com as equações de tempo médio ou os métodos de regressão linear, os quais negligenciam

fatores mineralógicos e texturais (VERNIK; NUR, 1992).

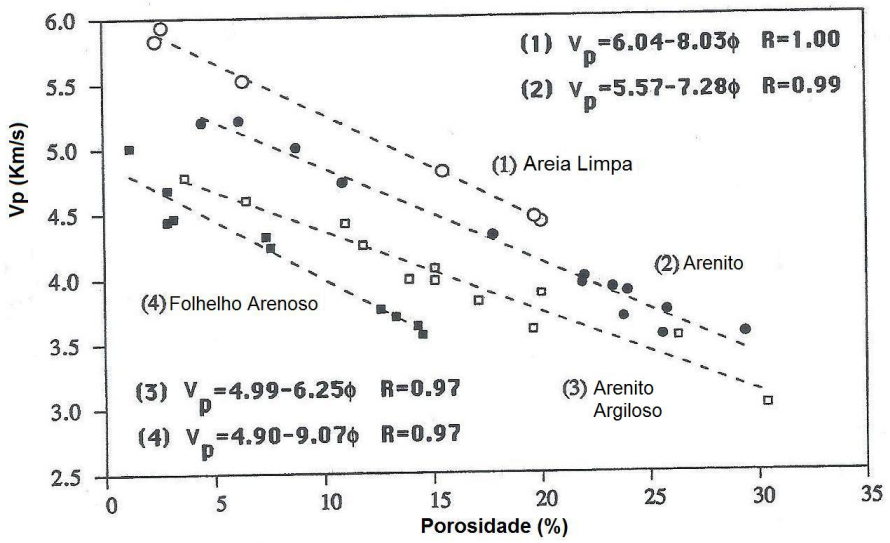


Figura 13: A figura mostra como para cada classificação petrofísica velocidade compressional varia em função da porosidade (VERNIK; NUR, 1992).

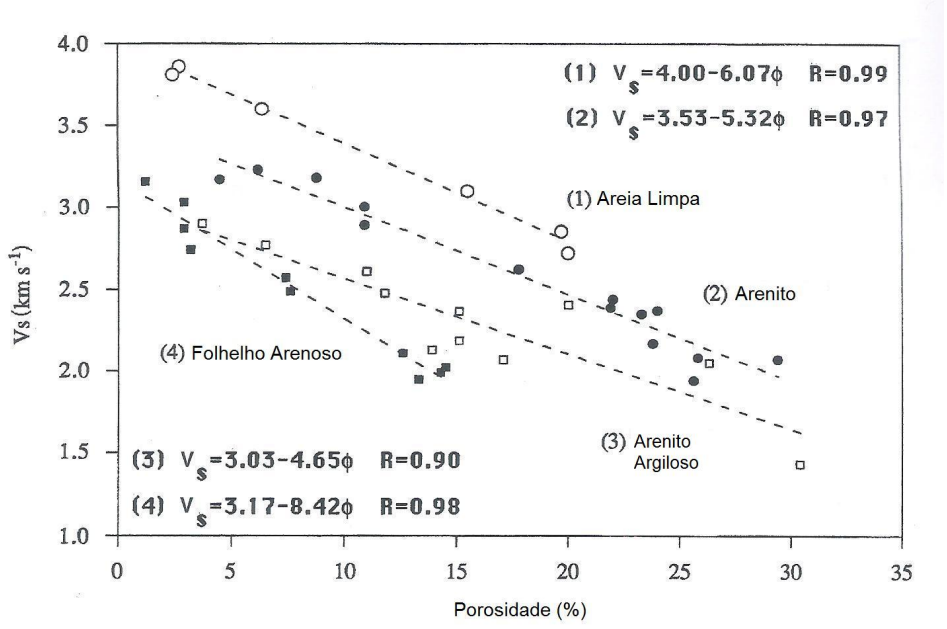


Figura 14: A figura mostra como para cada classificação petrofísica velocidade de cisalhamento varia em função da porosidade (VERNIK; NUR, 1992).

2.4.3 A Relação entre os parâmetros físicos da rocha e a microestrutura sedimentar

De acordo com o Avseth et al. (2005), não é possível predizer a velocidade sísmica conhecendo somente a porosidade, a composição mineralógica e o módulos elástico

do constituite mineral, é necessário conhecer detalhes geométricos de como os grãos minerais e os poros estão arranjados. Então com a finalidade de predizer melhor a velocidade existem vários modelos que explicam a microestrutura e textura das rochas, sendo cada modelo utilizado para diferentes cenários geológicos.

- Modelo Areia Friável (Inconsolidada) - Este modelo descreve como a velocidade-porosidade mudam com a seleção dos grãos. O termo "bem-selecionado" referece a um pacote de grãos similares bem ordenados, cuja propriedade elástica é determinada pela elasticidade no contato dos grãos. Conforme vai sendo adicionados grãos de diferentes tamanhos ao pacote vai deteriorando o selecionamento, diminuindo a porosidade e aumentando ligeiramente a rigidez da rocha, conforme esta representada na Figura 15a (AVSETH et al., 2005; DVORKIN, 2000);

- Modelo Contato de Cimento - Este modelo descreve o comportamento da velocidade e porosidade versus o volume de cimento. Durante o processo de soterramento e diagênese as areias tornam-se arenitos cimentados. Este cimento pode ser quartzo ou argila. A partir do modelo pressupõe-se que a porosidade inicial (antes do inicio do soterramento) diminui devido a deposição uniforme de camadas de cimento sobre a superfície dos grãos. O contato de cimento aumenta radicalmente a rigidez da areia devido ao reforço do contato dos grãos, contudo o efeito da cimentação causará um expressivo aumento na velocidade com somente uma pequena diminuição na porosidade. A Figura 15b representa esquematicamente o modelo (AVSETH et al., 2005; DVORKIN, 2000);

- Modelo Cimento Constante - Este modelo descreve o comportamento da velocidade e porosidade versus seleção em um volume específico de cimento, normalmente correspondendo a uma profundidade específica. Avseth et al. (2005), considera que há uma variação na seleção da areia, ou seja, uma variação na porosidade, tendo todas a mesma quantidade de cimento no contato. Matematicamente é a combinação dos dois modelos citados anteriormente (AVSETH et al., 2005; DVORKIN, 2000). A Figura 15c faz um esquema deste modelo.

A Figura 15d faz um resumo esquemático dos três modelos.

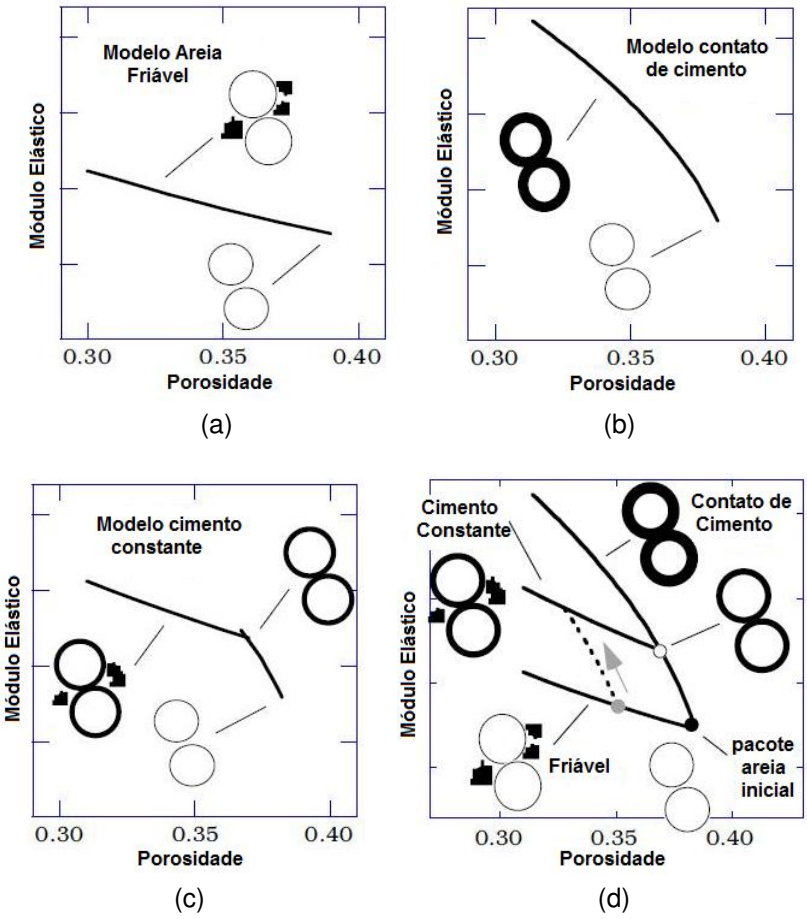


Figura 15: Na Figura (a) (modelo da areia friável) observamos esquematicamente como varia o módulo elástico em função da porosidade, como pode-se observar a medida que vai sendo colocada grãos de tamanhos diferentes, deixando de ser bem seleciondas, o módulo elástico aumenta e a porosidade diminui. Na Figura (b) (modelo do contato de cimento) o gráfico mostra de forma esquemática como o módulo elástico varia com a porosidade, a medida que vai aumentando a quantidade de cimento a porosidade diminui e o módulo aumenta. Na Figura (c) (modelo do cimento constante) o gráfico também mostra como o módulo elástico varia em função da porosidade, neste caso a quantidade de cimento e constante mas vão sendo colocados grãos de tamanhos diferentes, de forma a se tornarem mal selecionados, e assim a porosidade diminui e o módulo aumenta. Já na Figura (d) os três modelos estão esquematizados juntos. (DVORKIN, 2000)

3 Equação de Gassmann: Substituição de Fluido

A aplicação das equações de Gassmann são baseadas em algumas condições. Primeiramente, o modelo supõe que a rocha é homogênea e isotrópica e que o espaço poroso é completamente conectado. Esta suposição é violada se a rocha for composta por multíplos minerais, com grande contraste na rigidez elástica, ou se é composta por minerais anisotrópicos. Estas equações estão livres de suposições sobre a geometria do poro, embora este deve ser conectado e o fluido deve ter liberdade para se movimentar (WANG, 2001). Contudo, quando múltiplos tipos de poro estão presentes em uma rocha é necessário o uso de modelos mais complexos. Rochas carbonáticas, em particular, podem ser problemática, devido aos diversos tipos de poro e à baixa conectividade entre os poros.

Outra condição importante é o fato das equações de Gassmann seram válidas para baixas frequências, de tal forma que a pressão de poro seja equalizada sobre uma escala de tamanho muito maior que a dimensão do poro e muito menor que o comprimento da onda sísmica. Isto quer dizer que uma onda sísmica que se propaga na rocha produz um excesso na pressão de poros que pode ser ignorado, pois o fluido tem liberdade e tempo suficiente para fluir no espaço poroso, eliminando qualquer gradiente de pressão (NOLEN-HOEKSEMA, 2000). Para altas frequências, a formulação original apresentada por Biot deve ser usada. Ao utilizarmos as equações de Gassmann em frequência alta encontra-se resultados confiáveis quando aplica-se Gassmann em arenitos limpos com alta porosidade efetiva. E resultados não confiáveis ocorrem quando aplica-se as equações de Gassmann em rochas com baixa porosidade ou arenitos sujos ou em rochas carbonáticas. Isto porque as suposições básicas da freqüência e conectividade entre os poros são violadas. Também, para rochas com poros com baixa razão de achatamento e/ou rochas saturadas com fluidos muito viscosos, as velocidades medidas para freqüências sísmicas (até 200 Hz) podem sofrer dispersão, devido à dificuldade para o fluido se deslocar no meio poroso

(Z.WANG, 2000).

3.1 Definições

Segundo o artigo Smith et al. (2003), antes de aplicar a equação de Gassmann, deve-se primeiro definir a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento da rocha drenada, como também do fluido que ocupa o espaço poroso. Deve-se também discutir técnicas para misturas complexas de minerais e múltiplos fluidos.

3.1.1 Incompressibilidade e módulo de cisalhamento

A equação de Gassmann relata a incompressibilidade da rocha saturada (K_{sat}) como função da porosidade e das incompressibilidades da matriz, do fluido e da rocha drenada.

$$K_{sat} = K_d + \frac{\left(1 - \frac{Kd}{K_m}\right)^2}{\frac{\phi_t}{K_{fl}} + \frac{(1-\phi_t)}{K_m} + \frac{K_d}{K_m^2}}, \tag{3.1}$$

sendo ϕ_t é a porosidade, K_d é a incompressibilidade da rocha drenada, K_{fl} é a incompressibilidade do fluido, K_m é a incompressibilidade da mistura mineral. A incompressibilidade de uma rocha isotrópica é definida como:

$$K = -\frac{T}{\frac{\Delta V}{V}}, \tag{3.2}$$

onde T é a tensão uniforme aplicada a amostra e $\Delta V/V$ é a deformação volumétrica da amostra.

Valores para a incompressibilidade podem ser obtidos por medidas saturadas em laboratório de velocidades ou pela análise de dados de perfil de poço. Pode-se calcular a incompressibilidade da rocha, K_{sat}, através da seguinte relação:

$$K_{sat} = \rho_B \left(V_p^2 - \frac{4}{3}V_s^2\right), \tag{3.3}$$

em que ρ_B é a densidade total da rocha, V_p e V_s são as velocidades das ondas compressionais e de cisalhamento respectivamente. Se os valores de velocidade e densidade forem obtidos a partir de medições feitas em amostras secas sob condições controladas de umidade, a incompressibilidade K_{sat} representará o comportamento

da rocha drenada. Se forem calculados a partir de dados de perfil de poço, então a incompressibilidade K_{sat} corresponderá à da rocha saturada com o fluido *in-situ*. Neste caso, o valor estimado de K_{sat} é para uma rocha contendo uma mistura de fluidos e não um único fluido como assumido por Gassmann.

O módulo de cisalhamento da rocha, também conhecido como módulo de rigidez, e é definido como:

$$\mu = \frac{T}{\frac{\Delta x}{h}}, \tag{3.4}$$

onde T é a tensão cisalhante aplicada e $\Delta x/h$ é a deformação específica.

Como a incompressibilidade, o módulo de cisalhamento (μ) também pode ser determinado por teste de laboratório ou análise de dados de perfil poço, sendo dado por:

$$\mu = \rho_B V_s^2, \tag{3.5}$$

onde ρ_B é a densidade total da rocha e V_s é a velocidade da onda de cisalhamento. Se a unidade da velocidade é km/s e a densidade é g/cm^3, a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento terão unidades em GPa.

3.1.2 Incompressibilidade do fluido

Segundo o artigo Smith et al. (2003), antes de executar uma substituição de fluido, deve-se conhecer a incompressibilidade e a densidade do fluido que ocupa a rocha *in-situ*, como também do novo fluido. Três aproximações são comumente usadas para determinar estes valores:

1. As propriedades são medidas diretamente (na temperatura e pressão de reservátorio);
2. As propriedades são calculadas por equações de estado (ver McCain (1990));
3. As propriedades são calculadas por fórmulas empíricas (ver Batzle e Wang (1992)).

Análise de laboratório do fluido que constitui o reservatório rende propriedades isotermais da incompressibilidade do fluido, enquanto que a propagação da onda envolve propriedades adiabáticas. Geralmente a diferença entre as duas é pequena a menos que o fluido tenha uma alta razão gás-óleo (RGO).

Tipicamente há duas ou mais fases de fluido ocupando o espaço poroso da rocha reservatório. Sendo assim deve-se calcular a incompressibilidade e a densidade de cada fluido individualmente. Depois disso, a incompressibilidade da mistura de fluidos pode ser calculada aplicando-se algumas regras físicas.

Supondo um fluido uniformemente distribuido ao longo do espaço poroso, ou seja, uma distribuição homogênea de fases, a incompressibilidade da mistura de fluidos (K_{fl}) pode ser calculada pela fórmula de Wood, dada por:

$$K_{flw} = \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{S_i}{K_i} \right]^{-1}, \tag{3.6}$$

onde K_i e S_i são a incompressibilidade e a saturação de cada fase, respectivamente, n é o número de fases (óleo, água e gás).

Variações espaciais da permeabilidade, molhabilidade, viscosidade, volume de argila podem dar origem a uma distribuição heterogênea de fases ao longo do espaço poroso. Nesse caso a incompressibilidade da mistura de fluido é calculada pela seguinte fórmula:

$$K_{flp} = \sum_{i=1}^{n} S_i K_i, \tag{3.7}$$

Existe uma variável que indica o grau de heterogeneidade, caso esta variável seja diferente de zero a incompressibilidade do fluido será calculada pela seguinte fórmula:

$$K_{fl} = \alpha K_{flp} + (1 - \alpha) K_{flagua}, \tag{3.8}$$

onde α é o grau de heterogeneidade.

A seguinte fórmula é utilizada para calcular a densidade da mistura de fluido:

$$\rho_{fl} = \sum_{i=1}^{n} S_i \rho_i, \tag{3.9}$$

onde S_i é a saturação de cada fluido e ρ_i a densidade de cada fluido.

3.1.2.1 Possíveis dificuldades para o cálculo da incompressibilidade do fluido quando a saturação é heterogênea

Uma típica suposição para a aplicação da equação de Gassmann (equação 3.1) é que todas as fases do fluido são imicíveis e distribuida de forma homogênea ao longo do espaço poroso. Esta suposição entretanto é satisfeita em sistemas que estão em equilibrio. No entanto, para alcançar tal equilíbrio é necessário um longo intervalo de tempo. Contudo, este equilíbrio na distribuição de fase pode ser perturbado durante a perfuração, produção e invasão de água, e o retorno para o equilíbrio pode necessitar de muito tempo. Assim, é razoável esperar que os fluidos não estejam uniforme ou distribuido homogêneamente ou longo do espaço poroso no reservatório. Além disso, em rochas molháveis a água, a água é preferencialmente tirada dos poros menores, deixando os poros maiores serem ocupados preferencialmente por hidrocarboneto. Isto pode levar a uma segregação de fases e, talvez o mais importante, a incapacidade da pressão de poro equilibrar em uma escala de tempo de propagação da onda. Deste modo, estas condições podem e provavelmente fazem existir distribuição de água e hidrocaboneto não uniforme e a aplicação da equação (3.6) se torna inadequada. Esta classe de distribuição de fase não uniforme é referida como saturação heterogênea, e pode ser modelada se as seguintes suposições forem feitas:

1. Se o módulo de cisalhamento não varia como uma função do fluido no poro;
2. Se os fluidos estiverem distribuidos espacialmente agregados cuja dimensão é muito menor que o comprimento da onda sísmica;
3. Se em diferentes poros a heterogêneidade dos fluidos tiver dimensão a qual não permita a pressão de fluido se equalizar durante a escala de tempo de propagação da onda.

A não uniformidade da saturação não terá efeito no cálculo da velocidade de cisalhamento, porque o módulo de cisalhamento da rocha é independente do fluido que ocupa o poro. As Figuras 16 e 17 são dados de perfil de poço, onde a Figura 16 mostra o efeito da diferença entre as saturações homogênea e heterogênea para arenitos com alta porosidade (30%). A Figura 17 mostra também a diferença entre as saturações só que para arenitos com baixa porosidade (19%). Já a Figura 18 mostra percentuais diferentes entre saturação heterogênea e homogênea para ambos os cenários.

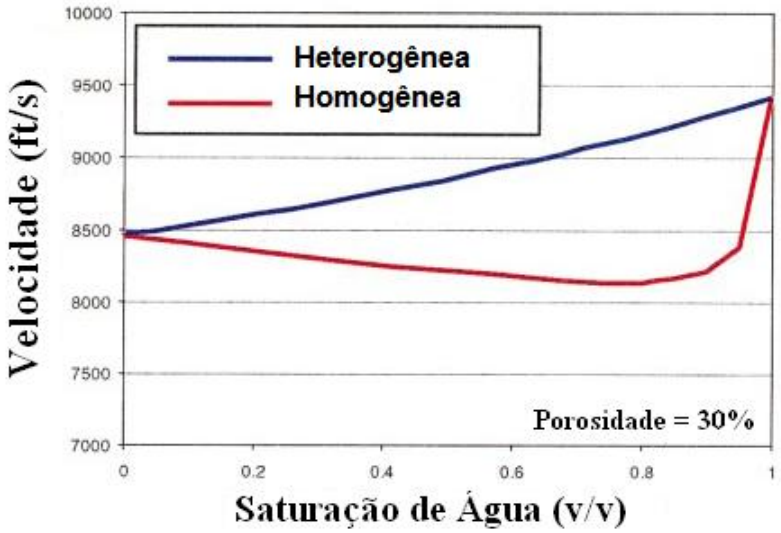


Figura 16: Saturação homogênea versus Saturação heterogênea para um sistema gás - salmora, em arenitos com alta porosidade (SMITH et al., 2003).

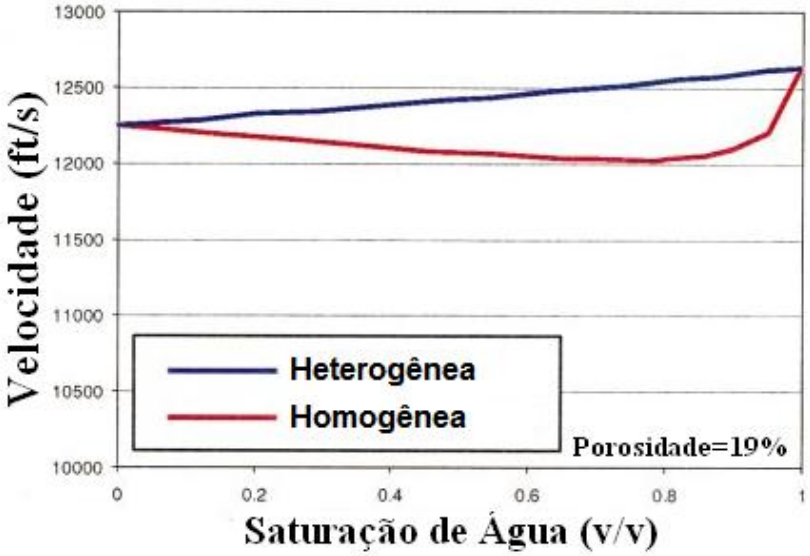


Figura 17: Saturação homogênea versus Saturação heterogênea para um sistema gás - salmora, em arenitos com baixa porosidade (SMITH et al., 2003).

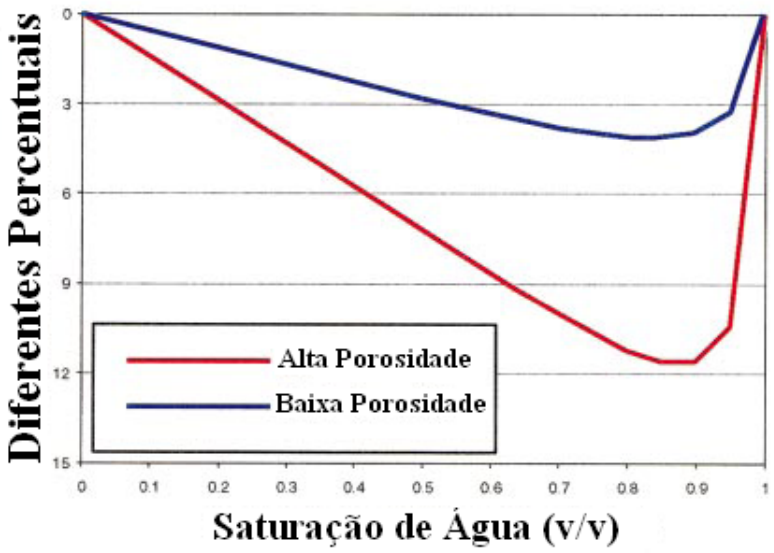


Figura 18: Comparação entre arenitos (SMITH et al., 2003).

Para o caso de arenitos com baixa porosidade, a diferença entre saturação heterogênea e homogênea é menor que 5%, enquanto que em arenitos com alta porosidade a diferença é de aproximadamente de 12% (onde a S_w é de aproximadamente de 80%). Percebe-se assim claramente que é importante considerar o efeito da saturação heterogênea para arenitos com alta porosidade, embora tenha mais problema para o caso de baixa saturação de gás.

3.1.3 Incompressibilidade e módulo de cisalhamento da matriz

Para calcular a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento da matriz de minerais, K_m, deve-se ter informações sobre a composição mineralógica da rocha. Isso porque as rochas são compostas de diferentes tipos de minerais. Se amostra de testemunho esta disponível, a composição mineralógica da rocha pode ser determinada usando técnicas convencionais de laboratório (difração de raio X ou análise de infravermelho). Já na ausência de dados de testemunho, a litologia pode ser aproximada por perfil de poço, analisando o volume de argila e supondo dois minerais, quartzo e argila. Para litologias mais complexas, contudo, outras técnicas devem ser utilizadas a qual permite estimar os constituites minerais.

Estimada a composição mineralógica, K_m pode ser calculado através da aplicação da média aritmética ou limite superior (K_{mvoigt}) proposto por Voigt (1928), a média harmônica ou limite inferior (K_{mreuss}) apresentada por Reuss (1929) ou alternativamente usando a média de Hashin & Shtrikman (1963). Uma forma aceitável de calcular o módulo efetivo do mineral é usando a média aritmética de Voigt e Reuss chamada

de média Voigt-Reuss-Hill. Estas médias também são válidas para fazer o cálculo do módulo de cisalhamento.

$$K_{mreuss} = \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{K_i}\right]^{-1}, \tag{3.10}$$

$$K_{mvoigt} = \left[\sum_{i=1}^{n} f_i K_i\right], \tag{3.11}$$

$$K_{mvrh} = \frac{1}{2}\left[K_{mvoigt} + K_{mreuss}\right], \tag{3.12}$$

$$\mu_{mreuss} = \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{\mu_i}\right]^{-1}, \tag{3.13}$$

$$\mu_{mvoigt} = \left[\sum_{i=1}^{n} f_i \mu_i\right], \tag{3.14}$$

$$\mu_{mvrh} = \frac{1}{2}\left[\mu_{mvoigt} + \mu_{mreuss}\right], \tag{3.15}$$

onde f_i é a fração volumétrica, K_i é a incompressibilidade dos constituites minerais, μ_i é o módulo de cisalhamento dos constituintes minerais e n o número de minerais que constitui a rocha.

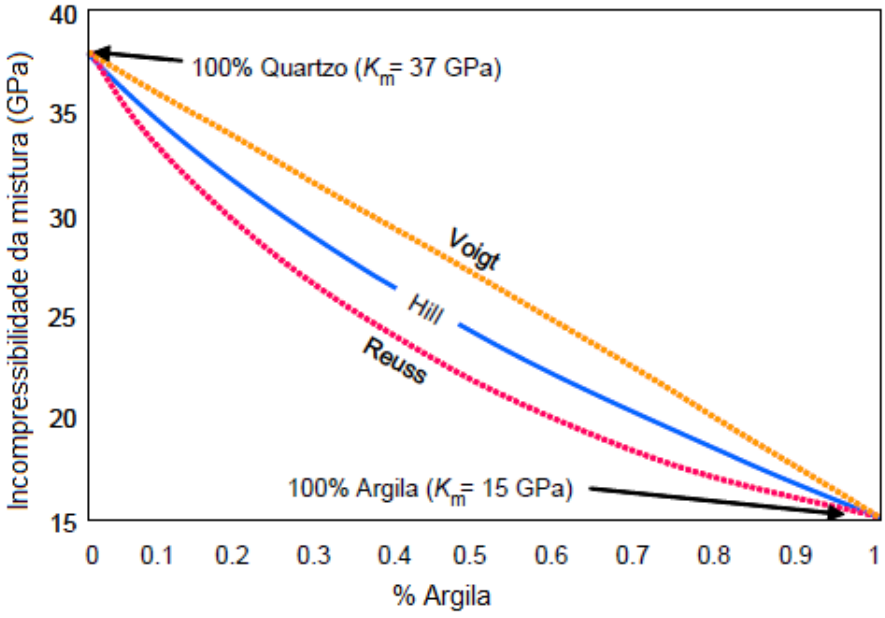


Figura 19: Valores de K_m obtidos com as equações de Voigt, Reuss e Voigt-Reuss-Hill. (SMITH et al., 2003)

3.1.3.1 Modelo de Kuster e Toksöz

A finalidade de utilização deste modelo é fazer o cálculo da incompressibilidade da matriz da argila molhada, já que esta é de difícil determinação. A idéia do modelo é fazer inclusões no folhelho, neste caso inclusões de água, e assim recalcular a nova incompressibilidade e o módulo de cisalhamento da matriz. Abaixo será descrito o modelo.

Kuster e Toksöz (1974) desenvolveram expressões para velocidade da onda P e S usando uma teoria de espalhamento de comprimento de onda de primeira ordem. Uma generalização das expressões incompressibilidade (K_{KT}) e módulo de cisalhamento (μ_{KT}) efetivo para uma variedade de formas de inclusões pode ser escrita como:

$$(K_{KT} - K_m)\,\frac{\left(K_m + \frac{4}{3}\mu_m\right)}{\left(K_{KT} + \frac{4}{3}\mu_m\right)} = \sum_{i=1}^{n} x_i\,(K_i - K_m)\,P^{mi}, \tag{3.16}$$

$$(\mu_{KT} - \mu_m)\,\frac{(\mu_m + \zeta_m)}{(\mu_{KT} + \zeta_m)} = \sum_{i=1}^{n} x_i\,(\mu_i - \mu_m)\,Q^{mi}, \tag{3.17}$$

onde o somatório é para os tipos de inclusões diferentes, com fração de volume x_i.

Formas de Inclusão	P^{mi}	Q^{mi}
Esférica	$\frac{K_m+\frac{4}{3}\mu_m}{K_i+\frac{4}{3}\mu_m}$	$\frac{\mu_m+\zeta_m}{\mu_i+\zeta_m}$
Agulha	$\frac{K_m+\mu_m+\frac{1}{3}\mu_i}{K_i+\mu_m+\frac{1}{3}\mu_i}$	$\frac{1}{5}\left(\frac{4\mu_m}{\mu_m+\mu_i} + 2\frac{\mu_m+\gamma_m}{\mu_i+\gamma_m} + \frac{K_i+\frac{4}{3}\mu_m}{K_i+\mu_m+\frac{1}{3}\mu_i}\right)$
Disco	$\frac{K_m+\frac{4}{3}\mu_i}{K_i+\frac{4}{3}\mu_i}$	$\frac{\mu_m+\zeta_i}{\mu_i+\zeta_i}$
Rachadura	$\frac{K_m+\frac{4}{3}\mu_i}{K_i+\frac{4}{3}\mu_i+\pi\alpha\beta_m}$	$\frac{1}{5}\left(1 + \frac{8\mu_m}{4\mu_i+\pi\alpha(\mu_m+2\beta_m)} + 2\frac{K_i+\frac{2}{3}(\mu_i+\mu_m)}{K_i+\frac{4}{3}\mu_i+\pi\alpha\beta_m}\right)$

Tabela 3: Coeficientes P e Q para algumas formas de inclusões (MAVKO et al., 1998).
Nota:
$\beta = \mu\frac{(3K+\mu)}{(3K+4\mu)}$, $\gamma = \mu\frac{(3K+\mu)}{(3K+7\mu)}$, $\zeta = \frac{\mu(9K+8\mu)}{6(K+2\mu)}$

Os coeficientes P^{mi} e Q^{mi} descrevem o efeito de uma inclusão de material i em um meio m, na Tabela 3 estão as fórmulas de P^{mi} e Q^{mi} para algumas formas de inclusão. Inclusões de diferentes matérias ou de diferentes formas requerem separação dos termos no somatório.

Este modelo considera que as cavidades, onde serão feitas as inclusões estão isoladas, sendo assim possuem comportamento adequado às frequências ultra-sônica. Em baixas freqüências, quando há tempo para a pressão no interior do poro se equi-

librar é melhor encontrar a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento efetivo para cavidades seca e, em seguida, saturar-los com a equação de Gassmann (MAVKO et al., 1998). O artigo Dvorkin et al. (2007) propõe outras maneiras de determinar a incompressibilidade do folhelho molhado.

3.1.4 Incompressibilidade e módulo de cisalhamento da rocha drenada

Antes de aplicar a equação de Gassmann é necessário determinar a incompressibilidade da rocha drenada. Uma vez determinado, K_d é mantido constante durante a substituição de fluido. O K_d pode ser determinado pela medida da velocidade controlando a umidade do testemunho, aplicando relações empíricas ou calculando diretamente de dados de perfil de poço.

Quando trabalhando com dado de perfil de poço, uma comum aproximação para determinar K_d é reescrever a equação (3.1) tal que:

$$K_d = \frac{K_{sat}\left(\frac{\phi_t K_m}{K_{fl}} + 1 - \phi_t\right) - K_m}{\frac{\phi_t K_m}{K_{fl}} + \frac{K_{sat}}{K_m} - 1 - \phi_t}, \tag{3.18}$$

Assim a incompressibilidade da rocha saturada K_{sat} para a condição in-situ é primeiramente calculada usando a equação (3.3) e os outros termos (K_{fl},K_me ϕ_t) são calculados usando os processos descritos anteriormente. Com a finalidade de calcular K_d, K_{fl} é a incompressibilidade do fluido que esta contido no poro sob condições *in-situ*. Incertezas na porosidade, saturação de água, propriedades do fluido ou litologia conduzirá a erros no calculo de K_d.

Já o cálculo do módulo de cisalhamento da rocha drenada e feito pela equação (3.19). O módulo de cisalhamento da rocha saturada será igual ao da rocha drenada, já que este é insensível ao fluido.

$$\mu_d = \mu_{sat}. \tag{3.19}$$

3.1.4.1 Dificuldades na determinação da incompressibilidade da rocha drenada

A aplicação da equação de Gassmann (3.1) é dependente de uma precisa determinação das propriedades da rocha (K_d e μ_d). Para calcular o módulo de cisalhamento, μ_d, é necessário somente conhecer a densidade total da rocha e a velocidade de

cisalhamento na formação. Já para calcular a incompressibilidade certas suposições devem ser feitas sobre as propriedades da matriz e do fluido. Assim, erros nestas suposições, na porosidade e na saturação de água conduzem a erros no cálculo de K_d. De fato, em alguns casos como litologias complexas, K_d pode ser negativo (impossível fisicamente) ou muito alto.

Uma técnica recomendada por Smith et al. (2003) para avaliar K_d é calcular a razão de K_d por μ_d. Para arenito limpo, a razão é usualmente perto de 1, enquanto que para arenito sujo pode ser aproximada para 2 ou 3. Esta suposição não pode ser feita para arenitos com complexa mineralogia ou para rochas carbonáticas. O artigo Ramamoorthy e Murphy (1998) mostrou que a razão pode variar substancialmente para rochas carbonáticas.

3.2 Utilizando a equação de Gassmann

A equação de Gassmann é uma ferramenta muito usada para fazer a substituição de fluido. Conforme dito anteriormente está possui algumas suposições que devem ser obedecidas. Abaixo esta descrito as possíveis maneiras de se fazer a substituição de fluido, uma seria pela maneira tradicional e a outra por uma maneira proposta (Gassmann modificado).

3.2.1 Substituição de fluido tradicional, utilizando porosidade total ϕ_t na equação de Gassmann

Considera-se que a substituição será feita em um sistema areia-folhelho, que inicialmete está completamente saturada com um fluido 1. A meta é calcular a incompressibilidade K_{sat} da rocha para o novo fluido 2.

Como consideramos que inicialmente a rocha esta completamente saturada com o fluido 1, então o valor da incompressibilidade da rocha saturada pode ser calculado pela equação (3.3) onde os valores de V_p, V_s e ρ_B são retirados de perfis. A substituição de fluido é realizada em duas etapas: Primeiramente deve-se determinar a incompressibilidade da rocha drenada (K_d) equação (3.18), onde K_{fl} é a incompressibilidade do fluido 1; segundo utilizando a equação (3.1), encontra-se o K_{sat} onde o K_{fl} será a incompressibilidade do fluido 2, e K_m e K_d permaneceram constantes.

Resumindo deve-se seguir os seguintes passos para aplicar a equação de Gassmann:

1. Interpretação de perfis, com a finalidade de dividir-lo em fácies;
2. Estimar a velocidade de cisalhamento, já que em alguns poços esta velocidade não é medida;
3. Calcular K_{sat} e μ_{sat} em condições *in-situ* (equações (3.3) e (3.5));
4. Calcular K_m baseada na litologia (equações (3.10), (3.11) ou (3.12));
5. Calcular as propriedades do fluido (K_{fl} e ρ);
6. Calcular K_d (equação (3.18));
7. Calcular as novas propriedades do fluido (K_{fl} e ρ) (equações (3.8) e (3.9));
8. Calcular a nova incompressibilidade da rocha saturada utilizando a equação de Gassmann (equação (3.1));
9. Calcular a nova densidade total da rocha ;
10. Calcular a nova velocidade compressional (equação (2.22));
11. Calcular a nova velocidade de cisalhamento (equação (2.23)).

3.2.2 Limites de controle da equação de Gassmann

Segundo o artigo Han e Batzle (2004), os pressupostos contidos na equação de Gassmann não restringem os parâmetros básicos da rocha. Na equação (3.1), há cinco parâmetros e, normalmente, a restrição é aplicada apenas a um parâmetro. Quando se usa a equação de Gassmann, trata-se geralmente os parâmetros de entrada como sendo completamente independentes. Os valores de K_m e K_{fl} são estimado ou supostos. K_d ou K_{sat} são calculados a partir de V_p, V_s e densidade. Dados incompatíveis ou inadequados geram, frequentemente, resultado errados ou absurdos, tal como um módulo negativo. Resultados irrealistas podem ser escondidos quando se está realizando uma substituição de fluido sem examinar K_d.

Na realidade, apenas K_m e K_{fl} são completamente independentes. K_d e K_{sat} são correlacionadas. Limites sobre K_d em função da ϕ, por exemplo, restringe os limites de K_{sat}.

3.2.2.1 Limite de Voigt

Voigt é o limite superior, este pode ser representado por:

$$K_d = K_m(1 - \phi_t), \tag{3.20}$$

Substuindo a equação (3.20) na equação de Gassmann (3.1) temos:

$$\Delta K_{d\,min} = \phi_t K_{fl}, \tag{3.21}$$

a equação de Gassmann pode ser representada da seguinte forma: $K_{sat} = K_d + \Delta K_{d\,min}$. Desta forma o limite superior da equação de Gassmann pode ser obtido por:

$$K_{sat} = K_m(1 - \phi_t) + \phi_t K_{fl}. \tag{3.22}$$

Por este limite ser rígido, o efeito da saturação do fluido na incompressibilidade será mínimo (ver Figura 20). Sabe-se que a incompressibilidade do fluido tem um valor positivo, mas $K_{fl} \ll K_m$. Portanto pelas equações (3.20) e (3.21) pode-se afirmar que:

$$K_m \geq K_{sat} \geq K_d. \tag{3.23}$$

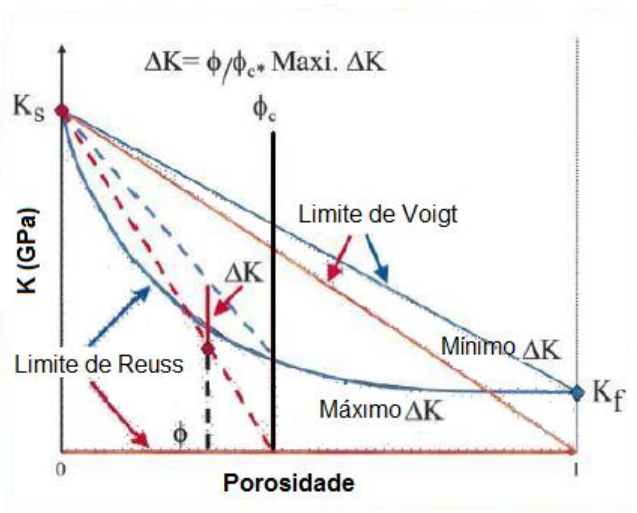


Figura 20: Ilustração dos limites superior (Voigt), inferior (Reuss) para a rocha drenada (linha vermelha) e para a rocha saturada com um fluido (linha azul) (HAN; BATZLE, 2004). O gráfico também ilustra os limites previsto pelo efeito da saturação de fluidos pela equação de Gassmann

3.2.2.2 Limite de Reuss

O limite de Reuss, representa o limite inferior da equação de Gassmann, sendo dado por:

$$\frac{1}{K_R} = \frac{(1-\phi_t)}{K_m} + \frac{\phi_t}{K_{fl}}, \tag{3.24}$$

ou

$$K_R = \frac{K_m K_{fl}}{(1-\phi_t)K_{fl} + \phi_t K_m}. \tag{3.25}$$

Este limite será igual a zero quando a rocha estiver seca, ou seja, incompressibilidade do fluido (K_{fl}) igual a zero. A variação máxima do incremento da incompressibilidade da rocha drenada será:

$$\triangle K_{d\,max} = \frac{K_m}{1-\phi_t+\phi_t\frac{K_m}{K_{fl}}} = K_R, \tag{3.26}$$

nota-se que este incremento é o efeito máximo da saturação do fluido prevista a partir da equação de Gassmann (Figura 20). É interessante que, para o limite de Voigt, o efeito de saturação do fluido na incompressibilidade aumenta com o aumento porosidade. Já para o limite de Reuss é o oposto, ou seja, a incompressibilidade diminui com o aumento da porosidade. Em uma porosidade de 100%, tanto o limite de Voigt como o de Reuss a incompressibilidade encontrada será igual a incompressibilidade do fluido que satura a rocha.

Em muitos cálculos, esses limites têm sido frequentemente ignorados, por exemplo, K_{sat} calculado diretamente a partir de dados de perfil (V_p, V_s e ρ) pode ser inferior ao limite de Reuss. Isso resulta em um valor negativo para K_d. Sendo assim estes limites fornecem restrições para os parâmetros de entrada e saída do cálculo da equação de Gassmann (HAN; BATZLE, 2004).

3.2.2.3 Porosidade crítica

As rochas possuem uma porosidade crítica, ϕ_c, que separa seu comportamento mecânico e acústico em dois domínios distintos. Quando a porosidade do material é menor que a porosidade crítica, os grãos da rocha estão em contato direto e suportam o arcabouço da rocha (domínio regime grão suportado). Entretanto, quando esta porosidade é superior à porosidade crítica, a rocha se comporta como um flu-

ido em suspensão (domínio regime fluido suportado). O valor de ϕ_c é determinado pelo arranjo e angularidade dos grãos no momento da deposição. Desta forma, ϕ_c varia para cada tipo de rocha, por exemplo, a porosidade crítica para arenitos é de aproximadamente 0,4; para chalks 0,7 e para granitos 0,025 (MAVKO et al., 1998).

No domínio do fluido suportado, $\phi > \phi_c$, os minerais estão em suspensão, ou seja, a fase de fluido é dominante. A incompressibilidade da rocha pode ser estimada com bastante precisão usando a média de Reuss equação (3.24). O módulo de cisalhamento será zero devido ao fato dos fluidos serem insensíveis ao efeito cisalhante.

O domínio do grão suportado, $\phi < \phi_c$, a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento da rocha drenada podem ser respectivamente estimados através das seguintes equações:

$$K_d = K_m \left(1 - \frac{\phi}{\phi_c}\right), \tag{3.27}$$

$$\mu_d = \mu_m \left(1 - \frac{\phi}{\phi_c}\right). \tag{3.28}$$

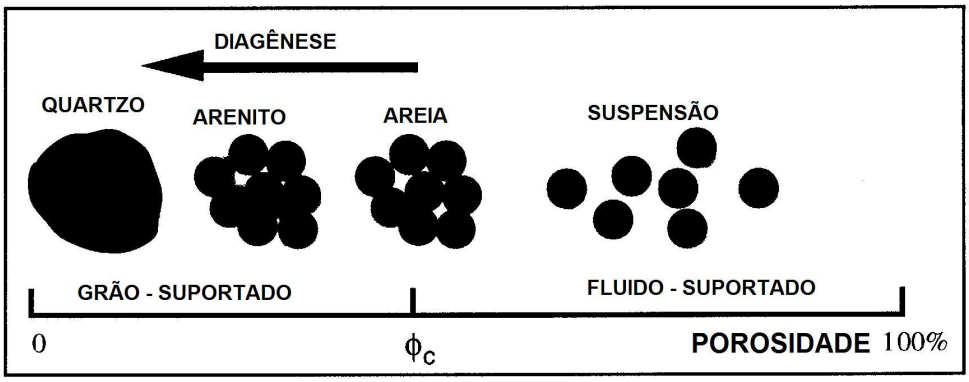


Figura 21: Significado físico da porosidade crítica.(NUR et al., 1998)

Rochas reservatório, em geral, estão longe dos limites de Voigt e Reuss. Dolomita com porosidade regular podem aproximar-se do limite de Voigt. Já rochas altamente fraturadas podem aproximar-se do limite de Reuss. No entanto, existe uma grande diferença entre estes limites idealizados e as rochas reais. O limite ϕ_c modifica o modelo de Voigt e Reuss (Figura 20) para fornecer restrições mais rigorosas para a incompressibilidade da rocha seca e saturada. Este triângulo fisicamente correlaciona tanto com o limite de Voigt quanto com o limite de Reuss. O efeito do fluido de saturação em módulo é consistente com o triângulo de Voigt, isto é aumenta com o aumento porosidade, e é limitada por Reuss na porosidade crítica. O triângulo de Voigt modificado fornece uma formulação linear e um procedimento gráfico para cálculo da

equação de Gassmann (Figura 20) (HAN; BATZLE, 2004).

$$\triangle K_d = \frac{\phi_t}{\phi_c} K_{Rc}, \tag{3.29}$$

onde K_{Rc} é a equação do limite de Reuss na porosidade crítica, ou seja, faz-se $\phi_t = \phi_c$ na equação de Reuss.

3.2.3 Substituição de fluido alternativa, utilizando porosidade efetiva ϕ_e na equação de Gassmann

Conforme foi discutido no inicio deste capítulo, a equação de Gassmann possui algumas condições. Quando a substituição de fluido tradicional é feita em uma mistura areia-folhelho molhado, viola a suposição de que a pressão em todo o espaço poroso deve se equalizar após a passagem da onda. Isto acontece porque a baixa permeabilidade do folhelho, não permite que o fluido que esta em seu interior se movimente. Para superar esse obstáculo e fazer com que a equação de Gassmann seja válida para estes tipos de rocha, Dvorkin et al. (2007) propos uma abordagem alternativa, considerar que a argila molhada é incluida na fração mineral (ver Figura 22). Com isso, a porosidade desta argila é expurgada da porosidade total, então o novo valor de porosidade será calculada pela seguinte equação:

$$\phi_e = \phi_t - f_{clwet}\phi_{cl}, \tag{3.30}$$

onde ϕ_e é a porosidade do meio poroso efetivo, f_{clwet} é a fração volumétrica de argila molhada e ϕ_{cl} é a porosidade intrínseca da argila (a microporosidade).

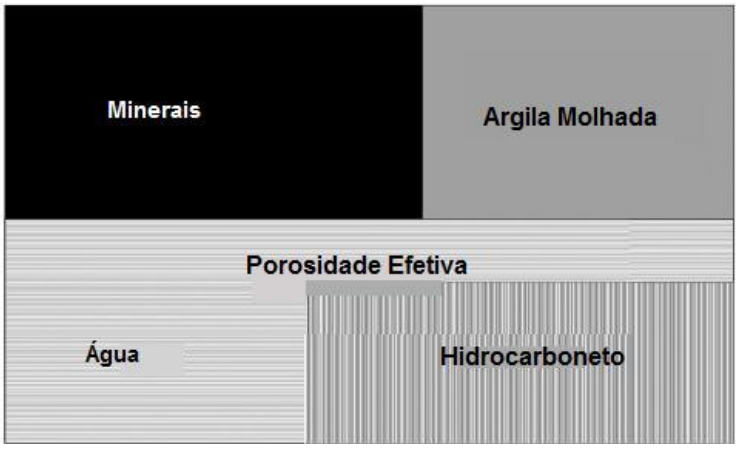


Figura 22: Representação esquemática de uma rocha reservatório. A porosidade efetiva, ϕ_e, contem água e hidrocarboneto e a porosidade total, ϕ_t inclui a porosidade efetiva mais o conteúdo de argila (DVORKIN et al., 2007).

Outra dificuldade da substituição de fluido tradicional, está relacionada ao cálculo da incompressibilidade da rocha drenada. Engelmark et al. (2002) mostra que a incompressibilidade da rocha saturada (K_{sat}) é mais sensitiva a erros na incompressibilidade da rocha drenada (K_d), conforme podemos observar na Figura 23. Com intuito de minimizar este impacto, K_d pode ser modelado através da equação (3.27), que ao ser substituido na equação de Gassmann (equação 3.1), encontra-se a seguinte equação:

$$K_{sat} = K_m \left(1 - \frac{\phi_e}{\phi_c}\right) + \frac{\phi_e}{\phi_c} \left(\frac{K_m K_{fl}}{(1-\phi_c) K_{fl} + \phi_c K_m}\right) \tag{3.31}$$

Note que K_d foi separado nas variáveis K_m e ϕ_c que representam respectivamente a parte relacionada a composição e a textura.

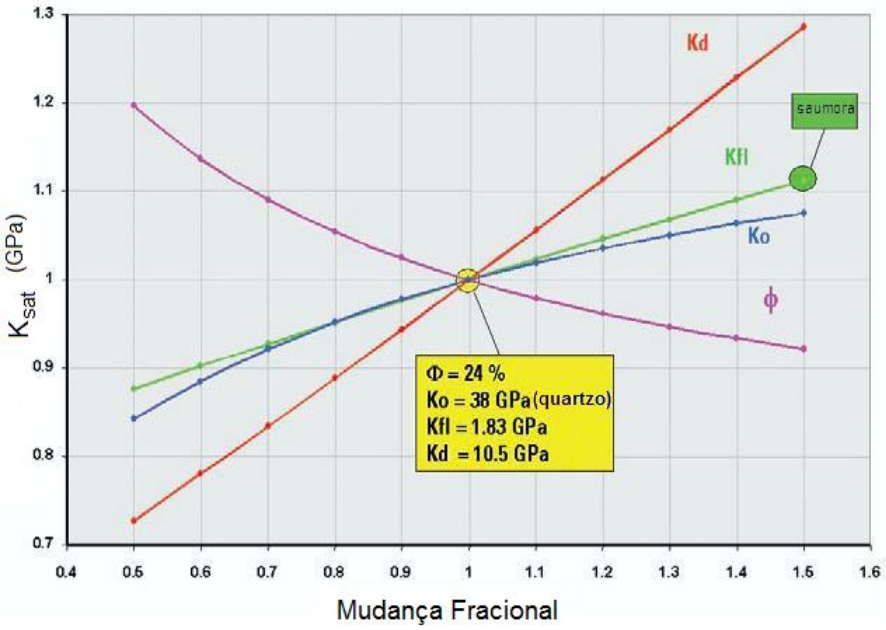


Figura 23: Gráfico representativo da mudança fracional aplicada a cada parâmetro pela variação que estas mudanças implicam na incompressibilidade da rocha saturada. O circulo amarelo representa o arenito original (ENGELMARK et al., 2002).

A substituição de fluido utilizando Gassmann modificado será feita da seguinte maneira:

- Calcular K_{sat} e μ_{sat} em condições *in-situ* (equações (3.3) e (3.5));
- Calcular as propriedades do fluido que esta no meio poroso efetivo (K_{fl} e ρ);
- Calcular ϕ_c baseada na litologia, ($\phi_c = f_{sd}\phi_{c\,sd} + f_{cl}\phi_{c\,cl}$);
- Calcular K_m pela seguinte equação:

$$K_m = \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4(1-\phi_c)(\phi_c - \phi_e)K_{fl}K_{sat}}}{2(\phi_c - \phi_e)}, \tag{3.32}$$

onde

$$B = (1 + \phi_e)K_{fl} - (K_{sat} + K_{fl})\phi_c, \tag{3.33}$$

- Calcular as novas propriedades do fluido (K_{fl} e ρ) (equações (3.8) e (3.9));
- Calcular a nova incompressibilidade da rocha saturada (equação 3.31).

No trabalho de Dvorkin et al. (2007) a dificuldade é a modelagem da incompressibilidade da matriz da mistura areia-folhelho, sendo este o parâmetro de entrada. Isso ocorre porque a substituição é realizada pelo modelo tradicional. O autor utiliza a equação de Voigt-Reuss-Hill para tentar estimar esse parâmetro, ele propõe K_{sd} igual a incompressibilidade do quartzo, e para encontrar K_{sh} dá duas opções: uma delas pelo modelo de Raymer et al. (1980) e a outra retirar do perfil onde tenha 100% de argila molhada.

Na susbstituição de fluido descrita acima o parâmetro de entrada é ϕ_c, que depende da porosidade crítica da areia e do folhelho. Estes parâmetros são mais fácies de determinação por serem texturais. Dependem somente da cimentação, compactação, arranjo, grau de seleção e irregularidade dos grãos, ou seja, é um parâmetro mais universal. Já a incompressibilidade da matriz é mais difícil determinar, por ser um parâmetro composicional. Sendo a variação composicional mais difícil de ser estimada.

4 Calibração e Análise da Sensibilidade

Conforme discutiu-se na seção 3.2.3, a incompressibilidade da rocha drenada é a que gera um maior impacto na incompressibilidade da rocha saturada. Então com o intuito de minimizar o erro, faz-se o cálculo desta incompressibilidade pela equação (3.27), assim consegue-se modelar o perfil tanto na parte composicional quanto na parte textural. Por esse motivo houve o interesse de encontrar os parâmetros intrínsecos da rocha (K_m e ϕ_c) e análisar a sensibilidade destes parâmetros fazendo a substituição de fluido, na forma tradicional ou na forma alternativa que seria entrado com o valor da porosidade crítica, calculado K_m e em seguida K_{sat}.

Neste capítulo será apresentado o algoritmo desenvolvido para a calibração e análise da sensibilidade dos parâmentros da rocha. Tendo como variáveis de entrada os perfis de velocidade, densidade, porosidade e argilosidade.

4.1 Fluxo de trabalho para a determinação dos parâmetros por meio de otimização não linear

O resíduo consite da diferença entre a incompressibilidade da rocha saturada calculada, equação (3.31) e a incompressibilidade da rocha saturada observada, equação (3.3). Como o problema que temos a resolver é inverso, sua solução será a minimização da função objetiva, que neste caso é a norma do resíduo, dada pela seguinte equação:

$$f = \|K_{sat_{calc}}(p^{(k)}) - K_{sat_{obs}}\|_2^2 + \alpha^2 \|L(p^{(k)} - p^{(0)})\|_2^2, \tag{4.1}$$

onde o segundo termo é conhecido como regularização, sendo α o parâmetro de regularização e L o operador de regularização.

O método de otimização empregado para fazer a calibração foi Levenberg-Marquardt

(MADSEN et al., 2004). Este método é iterativo, isto significa que, dado um ponto inicial p_0, o método produz uma série de vetores $p_1, p_2, ...$, que espera-se que vá convergir para um ponto ótimo, p_{otimo}, ou seja, para um mínimo local da equação de entrada a ser ajustada. Este método é implementado em uma rotina, chamada "leasqr", e foi desenvolvida por R.Schrager e modificada por Ray Muzic e Arthur Jutan. Esta rotina possui dois critérios de parada um pelo numéro de interações e o outro quando o valor da função objetiva for menor que um valor estipulado inicialmente.

De acordo com o método utilizado faz-se necessário o cálculo da matriz Jacobiana, sendo esta dada pela seguinte equação:

$$A(p^{(k)}) = \begin{bmatrix} J(p^{(k)}) \\ \alpha L \end{bmatrix}, \tag{4.2}$$

onde $J(p^{(k)})$ é formada pela primeira derivada da equação (3.31) em relação aos parâmetros que deseja-se determinar. Sendo dada da seguinte forma:

$$J(p) = \begin{bmatrix} \frac{\partial K_{sat\,calc\,1}(p)}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial K_{sat\,calc\,1}(p)}{\partial p_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial K_{sat\,calc\,n}(p)}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial K_{sat\,calc\,n}(p)}{\partial p_n} \end{bmatrix}. \tag{4.3}$$

Após o cálculo da matriz jacobiana calcula-se a matriz hessiana.

- Quando não utiliza-se a regularização, ou seja, $\alpha = 0$. A matriz hessiana será calculada da seguinte maneira:

$$H = \left(J(p^{(k)})^T\, J(p^{(k)} + \mu I\right), \tag{4.4}$$

  onde μI é uma forma de que seja garantida a inversa da matriz hessiana, sendo que para cada iteração procura-se um valor ótimo de μ.

- Quando utiliza-se a regularização, ou seja, $\alpha \neq 0$. Calcula-se a matriz hessiana da seguinte maneira:

$$H = \left(A(p^{(k)})^T\, A(p^{(k)})\right), \tag{4.5}$$

Em seguida calcula-se o passo ($p^{(k+1)} = p^{(k)} + \Delta p$), este é calculado pela seguinte equação:

$$H\Delta p = -A(p^{(k)})^t r, \tag{4.6}$$

onde

$$r = \begin{bmatrix} K_{sat\,calc}(p^{(k)}) - K_{sat\,obs} \\ \alpha L(p^{(k)} - p^{(0)}) \end{bmatrix}. \tag{4.7}$$

Repete-se essa calibração para cada fácie, após ter encontrado os valores dos parâmetros faz-se a substituição de fluido.

4.2 Análise da Sensibilidade

A análise da sensibilidade é realizada nos parâmetros ϕ_c, K_m e ϕ com o intuito de observar qual destas variávies levaria a um maior erro na incompressibilidade da rocha saturada, K_{sat}, esta análise e feita fazendo a substituição de fluido.

4.2.1 Perturbação na variável K_m

Neste caso ϕ permanence com seu valor original. O erro é somado a variável da seguinte forma $K_m^* = K_m + \Delta K_m$. Em seguida calcula-se a incompressibilidade da rocha drenada, equação (3.18), e então a incompressibilidade da rocha saturada, equação (3.1).

Se for escolhido fazer a substituição de fluido de água para óleo por exemplo, o K_{sat} da equação (3.18) será retirado do perfil de velocidade onde considera-se que a rocha está completamente saturada com água, e o K_{fl} será a incompressibilidade da água. Em seguida na equação (3.1) o K_{fl} será a incompressibilidade do óleo.

4.2.2 Perturbação na variável ϕ_c

Calcula-se o valor da nova variável $\phi_c^* = \phi_c + \Delta\phi_c$. Neste caso mantem-se somente ϕ com o valor original, e calcula-se um novo K_m com a nova fórmula proposta (3.32). Após calculado o novo K_m calcula-se a incompressibilidade da rocha saturada, pela equação (3.31).

4.2.3 Perturbação na variável ϕ

Pode ser escolhida duas maneiras para fazer a análise da sensibilidade, ou seja, duas equações diferentes, uma calculando K_d, equação (3.18), mantendo K_m com seu valor original ou calculando K_m pela equação (3.32) mantendo ϕ_c com seu valor original, com isso conforme foi explicado anteriormente tem-se somente uma variável de incerteza, analisando assim a real influência que a variável acarreta na incompressibilidade da rocha saturada. Já a incompressibilidade da rocha saturada será calculada pelas equações (3.1) e (3.31) respectivamente. O erro será adicionado a variável da seguinte forma $\phi^* = \phi + \Delta(\overline{\phi})$.

4.2.4 Resultados

Os gráficos 24 e 26 mostram como a incompressibilidade da rocha saturada varia ao ser adicionada uma perturbação a cada variável. Conforme podemos observar a incompressibilidade da rocha saturada com água varia de forma diferente da incompressibilidade da rocha saturada com óleo. Isso ocorre porque a incompressibilidade do fluido é diferente. Quando saturada com água a incompressibilidade do fluido é maior que 1 já quando saturada com óleo é menor que 1 por isso um é o contrário do outro. Já nos gráficos 25 e 27 quatificamos qual seria o erro, ao fazermos a substituição de fluido, quando adicionamos perturbações a cada variável. Ao compararmos os erros entre estes dois gráficos observamos que estes também variam de forma inversa, isso ocorre pelo mesmo motivo descrito anteriormente, a incompressibilidade do fluido.

Estes gráficos servem como um guia, ou seja, ajudam a decidir qual método de substituição de fluido utilizar. Por exemplo, se a incompressibilidade da matriz não estiver bem definida o melhor método a ser utilizado será a substituição de fluido alternativa (Gassmann modificado). Isso porque, quando compara-se a curva vermelha com a curva verde nota-se que a curva vermelha (substituição de fluido tradicional) tem uma maior inclinação, como consequência um maior erro, então é mais confiável ter como parâmetro de entrada a porosidade crítica. Um outro exemplo seria quando a porosidade (ϕ) não estiver bem definida, neste caso será melhor utilizar a substituição de fluido tradicional, já que a curva preta quando comparada com a curva azul (Gassmann modificado) possui uma menor inclinação, ou seja, menor erro na incompressibilidade da rocha saturada após a substituição.

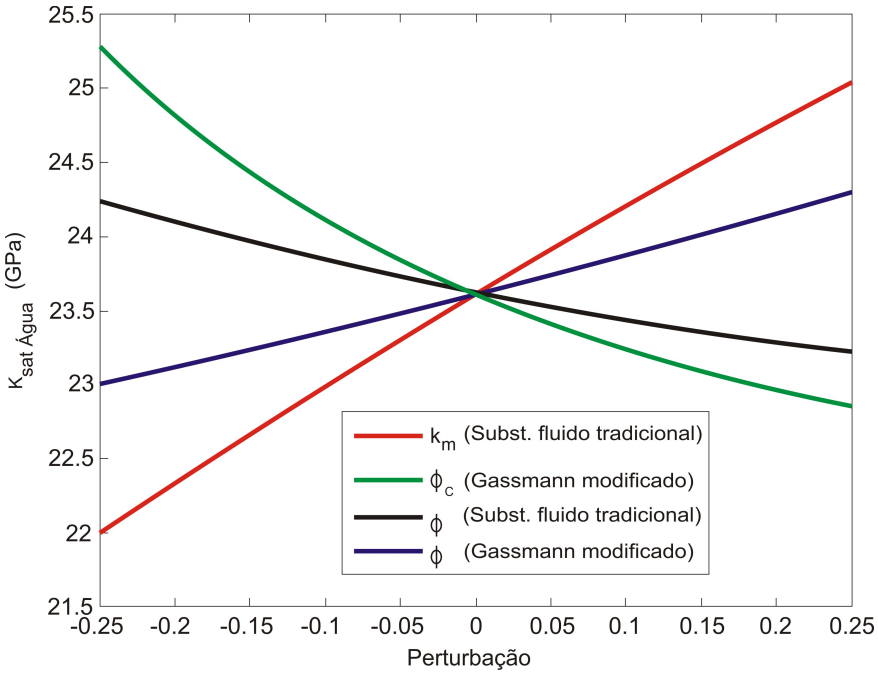


Figura 24: No gráfico observamos como a incompressibilidade da rocha saturada com água varia quando é adicionado erro a cada parâmetro.

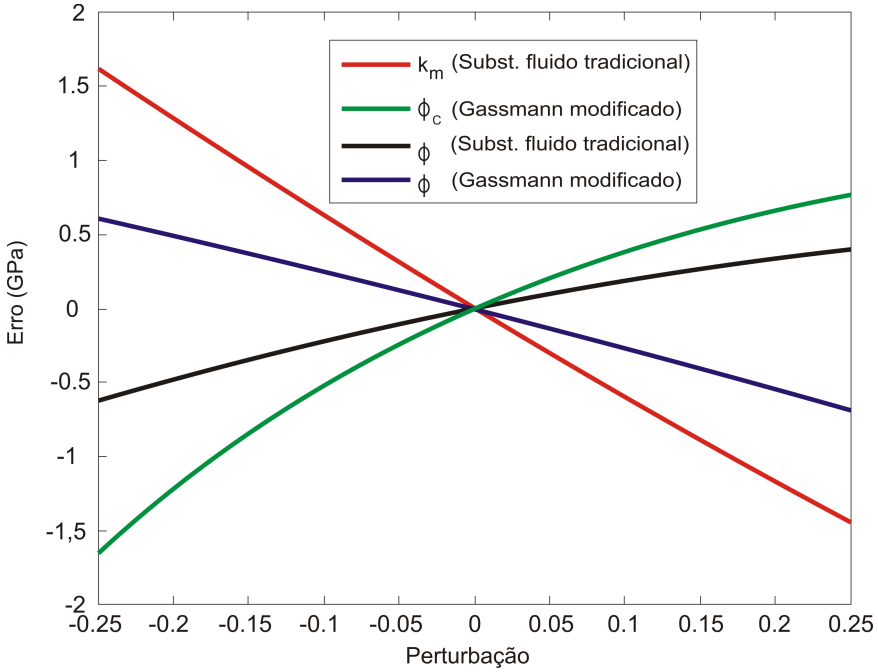


Figura 25: O gráfico mostra qual o valor do erro, ao se fazer a substituição de fluido neste caso de óleo para água, quando se adiciona uma perturbação nas variáveis.

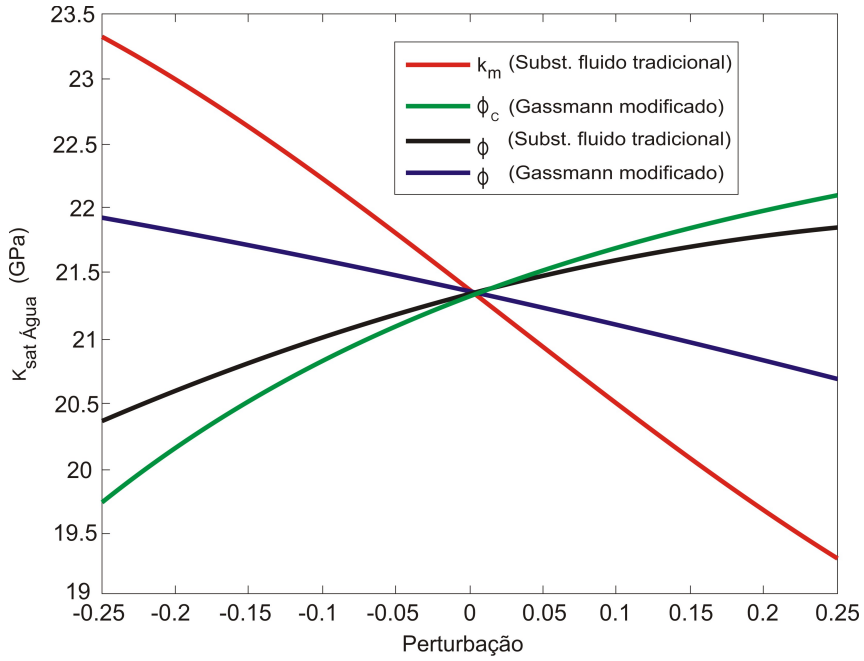


Figura 26: O gráfico mostra como a incompressibilidade da rocha saturada com óleo varia ao ser adicionada uma perturbação as variáveis.

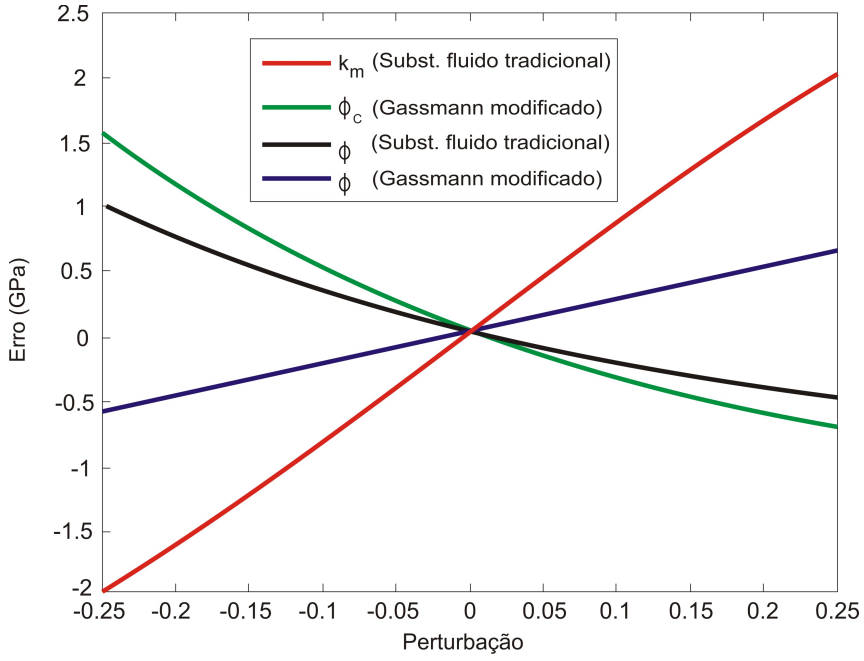


Figura 27: Neste gráfico podemos observar como varia o erro, ao fazer a substituição de fluido neste caso de água para óleo, ao adicionarmos uma perturbação as variáveis.

5 Testes com Dado Sintético

Este capítulo apresenta um conjunto de testes de calibração desenvolvidos em dados sintéticos, envolvendo formações hipotéticas compostas por mistura areia-folhelho. O teste tem a finalidade de investigar o problema de estimar os parâmetros intrínsecos da rocha K_m e ϕ_c, que servem como entrada para a substituição de fluido.

5.1 Construção do dado sintético

O modelo sintético, consiste basicamente de três camadas. Este modelo é baseado em amostras de reservatório da bacia de Campos. Abaixo estão descritas a composição mineralógica de cada camada:

1. Primeira camada (0m a 40m): A espessura dessa camada é de 40 m, começa com uma areia limpa e em seguida vai ficando mais argilosa. O arenito desta camada tem a seguinte composição mineralógica: 61% de quartzo, 10% de K-feldspato, 8% de albita, 7% de oligoclasio, 5% de calcita, 5% de dolomita, 3% de siderita e 1% de pirita. Já o folhelho possui: 18% de quartzo, 3% de K-feldspato, 4% de oligoclasio, 16% de dolomita, 22% de siderita, 19% de mixed, 14% de ilhita e 4% de caolinita;

2. Segunda camada (40m a 140m): É um reservatório composto por um pacote de arenitos totalizando uma espessura de 100m. O arenito apresenta níveis com diferentes quantidades de argila, conforme definição de Vernik e Nur (1992), folhelho arenoso (f_{cl} $\geq$35%), arenito argiloso (f_{cl} varia de 12% a 27%), arenito (f_{cl} varia de 2% a 12%) e areia limpa ($f_{cl} < 2\%$). A composição mineralógica do folhelho desta camada é a mesma da primeira camada, mas a composição do arenito consiste de 61% de quartzo, 13% de K-feldspato, 13% de albita, 7% de oligoclasio, 5% de calcita, 5% de dolomita, e 1% de pirita;

3. Terceira camada (140m a 180m): É igual a primeira com sequência invertida, ou seja, começa mais argilosa e termina em uma areia mais limpa.

A partir da definição da coluna litológica, o processo de produção de dados sintéticos depende da definição dos perfis de saturação de fluido, variáveis para o cálculo das propriedades elásticas dos fluidos tais como: pressão de soterramento, pressão de poro, temperatura (^oC), salinidade, razão gás óleo (RGO), grau API e gravidade específica, composição além das propriedades dos minerais constituites da matriz dos arenitos e folhelhos, porosidade crítica de cada camada e porosidades do arenito e do folhelho.

5.1.1 Cálculo da porosidade

Os valores utilizados para a porosidade crítica do arenito e do folhelho e para a porosidade do arenito são definidas de acordo com amostras de reservatório da bacia de Campos. A porosidade efetiva, porosidade crítica da mistura e a porosidade total são calculadas de acordo com a quantidade de argila que esta distribuida em cada camada, através das respectivas equações:

$$\phi_e = (1 - f_{cl\,lam})\phi_{sd} - f_{cl\,disp}, \tag{5.1}$$

$$\phi_c = f_{sd}\phi_{c\,sd} + f_{cl}\phi_{c\,cl}, \tag{5.2}$$

$$\phi_t = \phi_e + \phi_{cl}\, f_{cl}, \tag{5.3}$$

sendo que

$$f_{cl} = f_{cl\,lam}, \tag{5.4}$$

$$f_{sd} = 1 - (\phi + f_{cl})\,, \tag{5.5}$$

onde f_{sd} é a fração volumétrica de arenito de cada camada, ϕ_{cl} é o coeficiente da argila para o perfil de nêutrons (porosidade de argila) e f_{cl} é a fração volumétrica de argila distribuida na rocha, esta distribuição está representada na Figura 28, note que a distribuição de argila no reservatório varia de acordo com a classificação de Vernik e Nur (1992). As variáveis $f_{cl\,lam}$ e $f_{cl\,disp}$ é a fração volumétrica de argila laminar e dispersa em cada camada, onde expurgou-se dos cálculos a argila dispersa, mas esta foi contabilizada na densidade total da rocha. Já no reservatório a quantidade desta

argila é zero. A Figura 29 mostra os perfis de porosidade, efetiva, total e crítica.

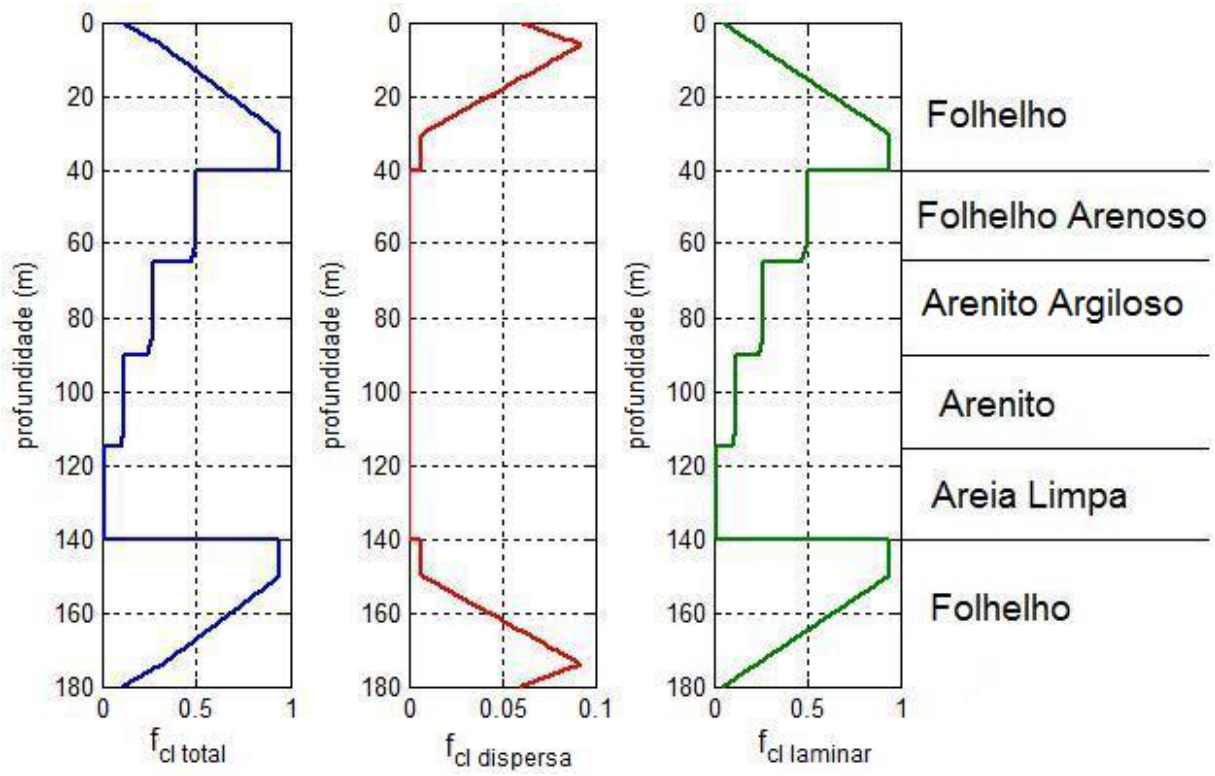


Figura 28: Distribuição de argila nas camadas, onde o primeiro perfil e a distribuição de argila total, o segundo de argila dispersa e o terceiro de argila laminar.

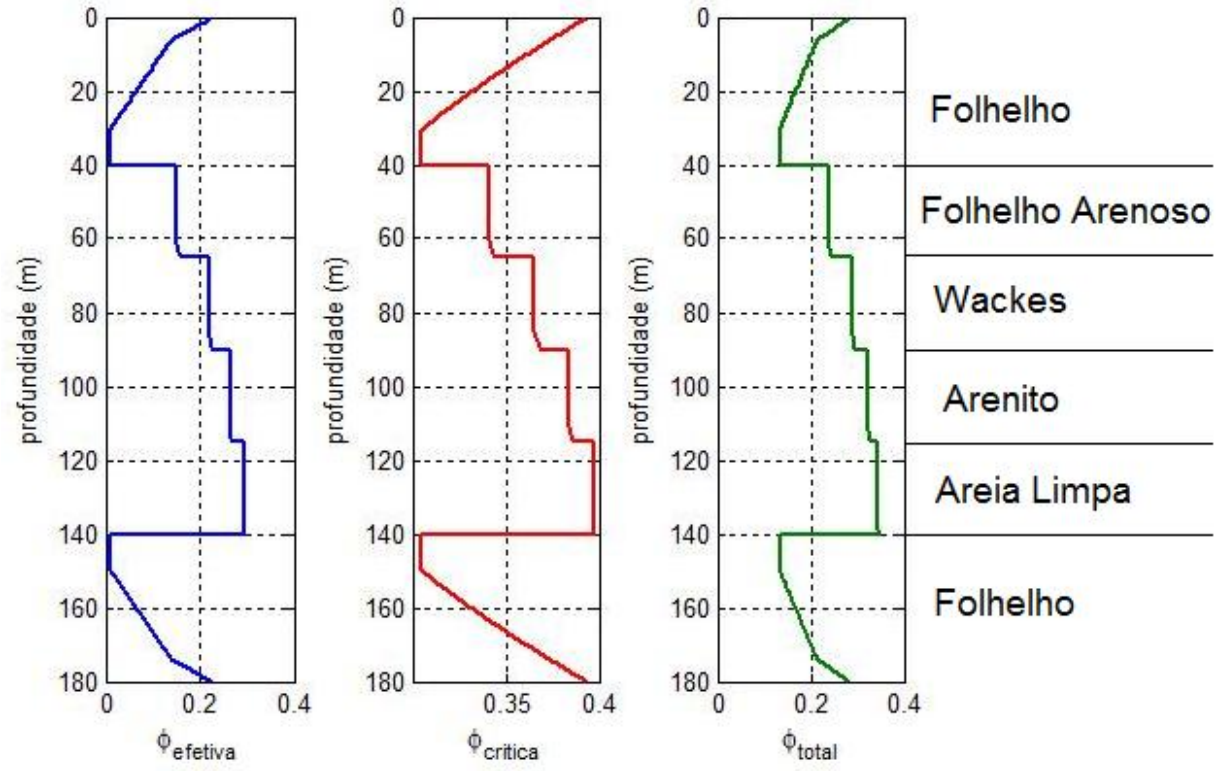


Figura 29: Perfis de porosidade. efetiva (esquerda), crítica (centro) e total (direita)

5.1.2 Cáculo da incompressibilidade e do módulo de cisalhamento da matriz e da rocha drenada

Com o objetivo de calcular a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento da matriz do arenito e da matriz do folhelho utiliza-se a formulação descrita na Seção 3.1.3, média Voigt-Reuss-Hill, conforme a composição, ou seja de acordo com a quantidade de cada fase mineral como: quartzo, K-feldspato, caolinita e dolomita.

A incompressibilidade e o módulo de cisalhamento da matriz do folhelho molhado são calculados utilizando o modelo de Kuster e Toksöz (1974). Existe na literatura uma ausência de publicações com valores da incompressibilidade e do módulo de cisalhamento da matriz de folhelho seco. Sendo assim, o modelo proposto para a incompressibilidade da argila molhada considera inclusões de água no folhelho seco fornecendo valores para os módulos que são normalmente mais altos quando comparados com valores obtidos pela equação de Gassmann.

Após calculadas estas incompressibilidades e módulo de cisalhamento, calcula-se a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento da mistura arenito - folhelho, também utilizando média Voigt-Reuss-Hill descrita na Seção 3.1.3, sendo a fração volumétrica de argila, equação (5.4), igual a quantidade de argila laminar e a fração volumétrica do arenito calculada pela equação (5.5). A Figura 30 mostra o perfil da incompressibilidade da matriz e a Figura 31 o perfil do módulo de cisalhamento da matriz.

Após o cálculo da incompressibilidade e do módulo de cisalhamento da matriz e ter determinado a porosidade crítica faz-se o cálculo da incompressibilidade da rocha drenada pela equação (3.27) e do módulo de cisalhamento da rocha drenada é igual ao módulo de cisalhamento da rocha saturada já que este módulo é insensível ao fluido. O perfil da incompressibilidade e do módulo de cisalhamento da rocha drenada são mostrados nas Figuras 30 e 31.

5.1.3 Cálculo da incompressibilidade da mistura do fluidos e da incompressibilidade da rocha saturada

Comumente as rochas não estão saturadas por um único fluido, mas sim por uma mistura de fluidos - água, óleo ou gás. Sendo assim a incompressibilidade da mistura foi calculada pela equação (3.6). O grau de heterogeneidade, neste exemplo, é considerado zero. A Figura 32 mostra o perfil da incompressibilidade do fluido, sendo que a segunda camada foi saturada com óleo e com água, criando assim vetores dis-

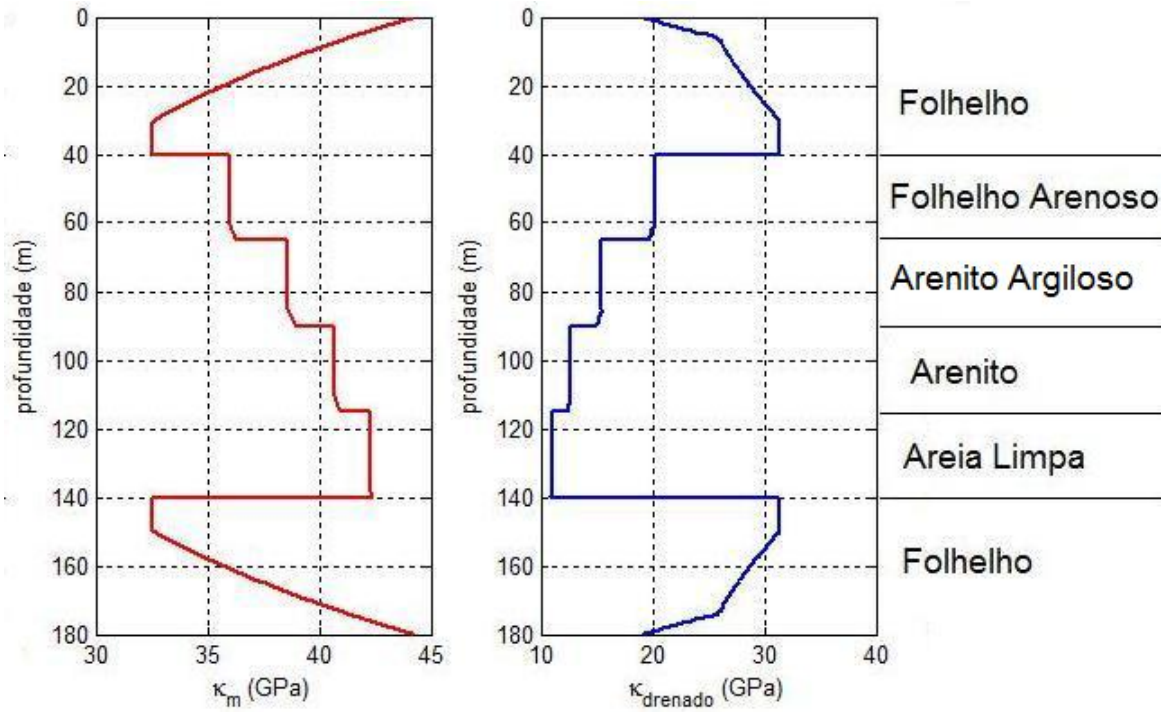


Figura 30: Perfil da incompressibilidade da matriz e da rocha drenada.

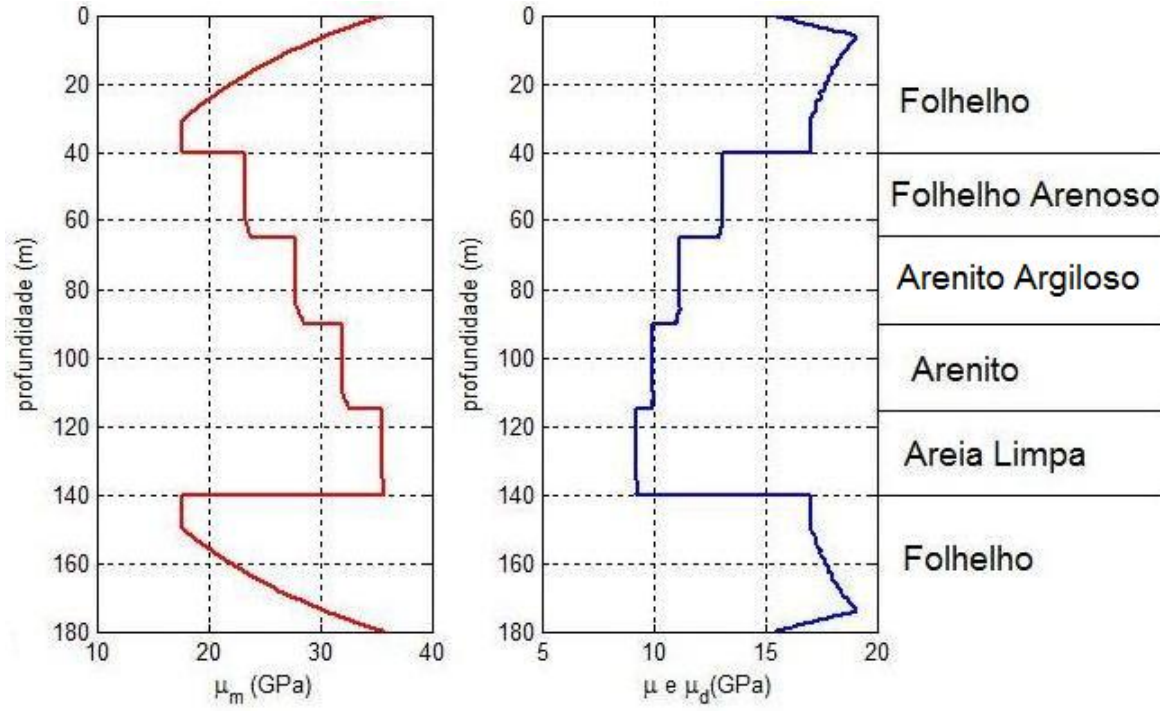


Figura 31: Perfil do módulo de cisalhamento da matriz e da rocha drenada.

tindos de incompressibilidade. O cálculo da incompressibilidade da rocha saturada é feito pela equação (3.1), a Figura 32 mostra o perfil da incompressibilidade da rocha saturada.

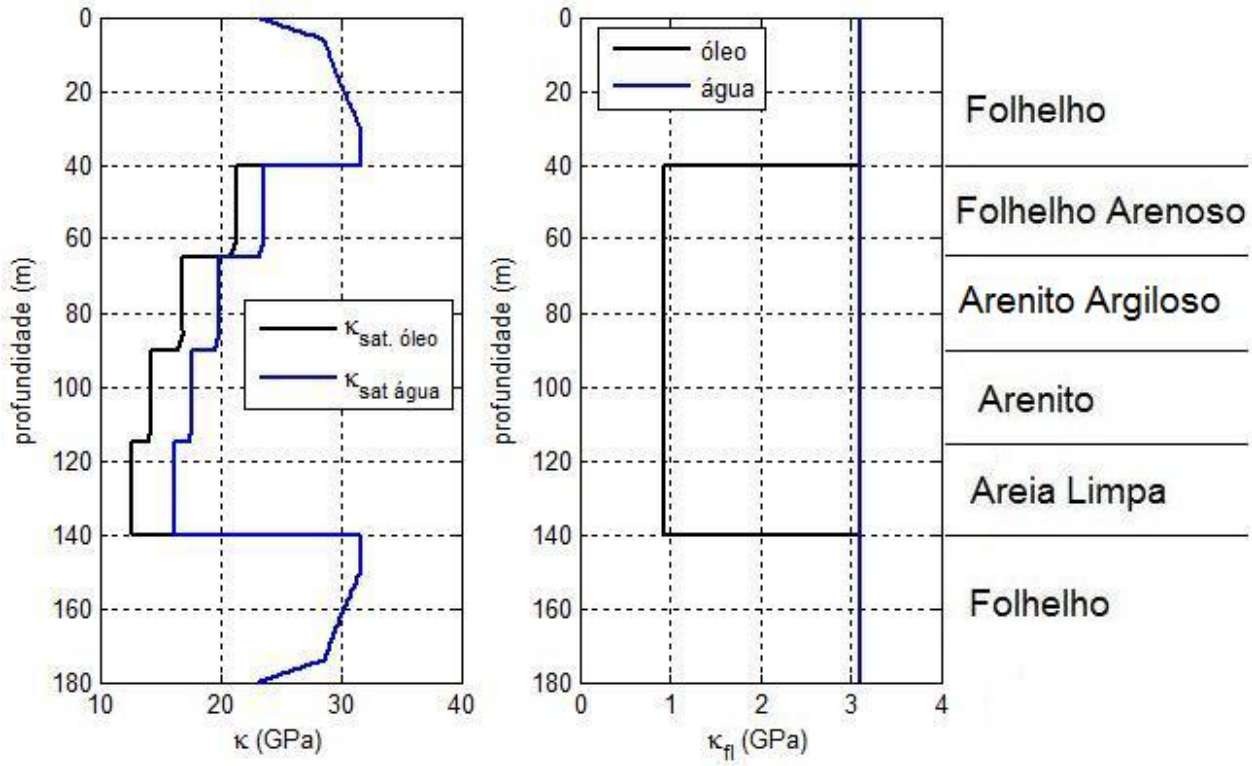


Figura 32: Perfil da incompressibilidade da rocha saturada e do fluido nas camadas. De 40m a 140m foi saturado tanto com óleo e com água, já que este intervalo é considerado o reservatório.

5.1.4 Cálculo da velocidade da onda compressional e de cisalhamento

Após ter calculado a incompressibilidade da rocha saturada, o módulo de cisalhamento e a densidade total da rocha (densidade da matriz mais densidade do fluido que satura a rocha), o perfil de densidade é mostrado na Figura 33, calcula-se as velocidades da onda compressional e de cisalhamento pelas equações (2.22) e (2.23) respectivamente. A Figura 33 mostra os perfis de velocidade da onda compressional e de cisalhamento.

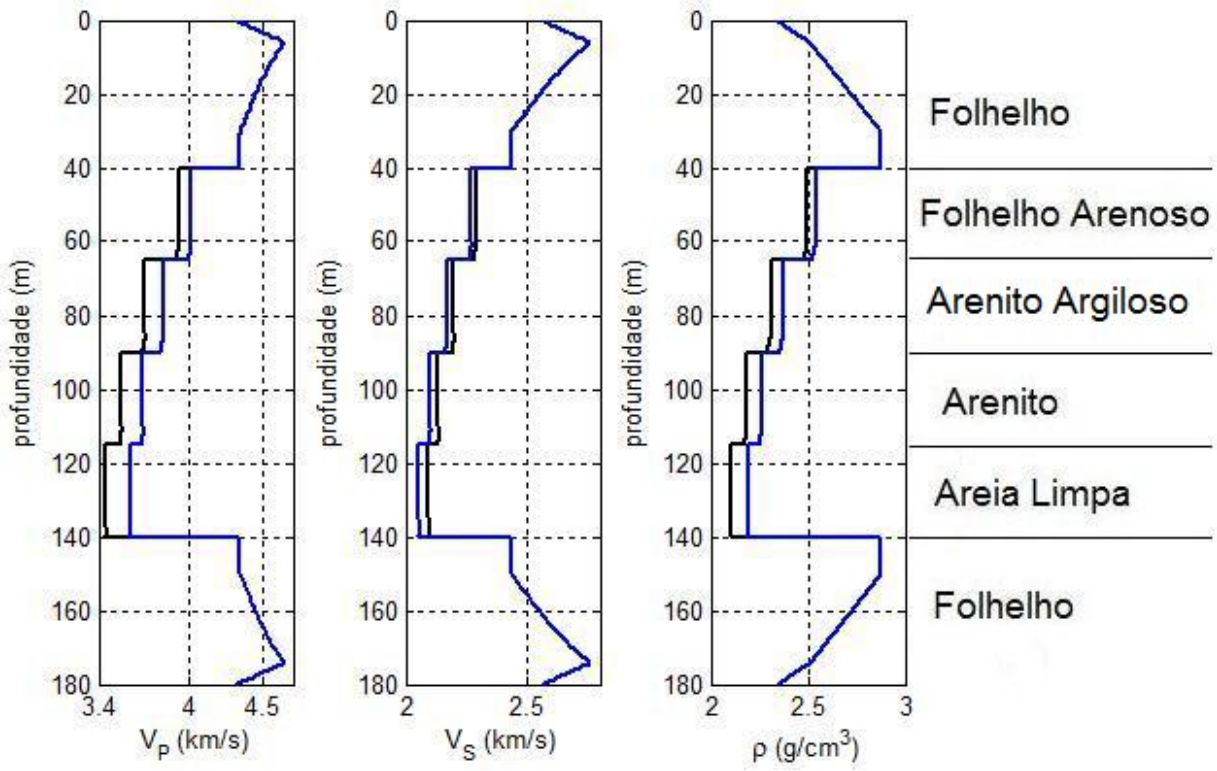


Figura 33: Perfil da velocidade da onda compressional, de cisalhamento e perfil de densidade. No gráfico a linha azul simboliza saturada com água e a preta com óleo.

5.2 Calibração

Para realizar a calibração existem duas estratégias possíveis:

1. Subdividir em fácies para estimar valores constantes dos parâmetros K_m e ϕ_c;
2. Estimar dois valores limites areia e folhelho e modelar a variação como função da K_{sd} e K_{sh} fazendo a mistura.

5.2.1 Estimando valores constantes dos parâmetros

Conforme mencionado na Seção 5.1, o reservatório é formado por quatro camadas, diferenciadas pela quantidade de argila. A quantidade de argila afeta os valores dos parâmetros da equação de Gassmann, sendo que nem sempre é possível quantificar tais efeitos. Para simular estas situações, foram realizados três testes, o primeiro mantendo o número de camadas igual a quatro, o segundo dividindo o reservatório em duas camadas e o terceiro considerando todo o reservatório como uma única camada. Sendo assim, cada teste terá quantidade e valores diferentes de K_m e ϕ_c.

Após escolhido o número de divisões do reservatório é criado um vetor de índices, em que este indicará onde o vetor dos dados de entrada serão divididos. Em seguida faz-se a calibração, conforme descristo na Seção 4.1.

Neste caso, o termo de regularização é expurgado dos cálculos ($\alpha = 0$) e a variável $p = \begin{bmatrix} \phi_c \\ K_m \end{bmatrix}$. Com isso a matriz jacobiana passa a ser formada somente por $J(p^{(k)})$ e $r = K_{sat\,calc}(p^{(k)}) - K_{sat\,obs}$. Logo depois de encontrado os valores de K_m e ϕ_c faz-se a substituição de fluido, podendo esta ser realizada de duas maneiras: uma delas seria pelo método tradiconal, onde os passos para tal substituição foram descritos na Seção 3.2.1 e a outra possibilidade seria pelo método alternativo, conforme descrito na Seção 3.2.3. As Figuras 35a, 36a e 39a mostram os perfis da incompressibilidade da rocha saturada. Todos os testes de substituição foram feitos de óleo para água.

O erro, conforme pode-se observar nas Figuras 35b, 36b e 39b, é calculado fazendo a incompressibilidade da rocha saturada observada menos a incompressibilidade da rocha saturada calculada após feita a substituição de fluido. Por exemplo: se a substituição for realizada de óleo para água, a calibração é feita com a incompressibilidade da rocha saturada com óleo. Após realizada a calibração, ou seja, após ter encontrado os valores dos parâmetros K_m e ϕ_c, calcula a incompressibilidade da rocha saturada, sendo agora a incompressibilidade do fluido igual a da água, em seguida calcula-se o erro, que é a diferença entre a incompressibilidade da rocha saturada calculada e observada ambas saturadas com água, sendo que a incompressibilidade da rocha saturada observada é calculada a partir do perfil.

Nas Figuras 34, 37 e 38 estão representados os limites de Voigt e Reuss modificado pelo modelo da porosidade crítica. Para fazer o cálculo destes limites foram utilizadas as equações descritas na Seção 3.2.2. O intuito de traçar os limites de Voigt e Reuss foi para observar se tais amostras se ajustavam à eles, já que sabe-se que a quantidade de argila faz com que o limite de Voigt mude a inclinação, e a quantidade de cimento faz com que as amostras se aproximem mais do limite de Voigt então espera-se que as amostras fiquem próximas aos limites de Voigt, já que estas consistem apenas de mistura areia-folhelho. Cada camada terá uma inclinação diferente, isso porque cada camada possui uma incompressibilidade da matriz e porosidade crítica diferentes, conforme pode-se observar nas Figuras 29 e 30. Essa diferença é causada porque cada camada possui diferente quantidade de argila.

Abaixo estão descritos os resultados dos testes.

5.2.1.1 Quatros camadas

Quando divide-se o reservatório em quatro camadas os valores encontrados para a incompressibilidade da matriz e da porosidade crítica são:

- Primeira camada - de 40m a 65m: $K_m = 37,3328\ GPa$ e $\phi_c = 0,3247$ - valor esperado: $K_m = 36\ GPa$ e $\phi_c = 0,3412$;
- Segunda camada - de 65m a 90m: $K_m = 41,46\ GPa$ e $\phi_c = 0,3408$ - valor esperado: $K_m = 38,59\ GPa$ e $\phi_c = 0,3654$;
- Terceira camada - de 90 a 115m: $K_m = 42,55\ GPa$ e $\phi_c = 0,3715$ - valor esperado: $K_m = 40,67\ GPa$ e $\phi_c = 0,3837$;
- Quarta camada - de 115m a 140m: $K_m = 43 GPa$ e $\phi_c = 0,3938$ - valor esperado: $K_m = 42,29\ GPa$ e $\phi_c = 0,3972$.

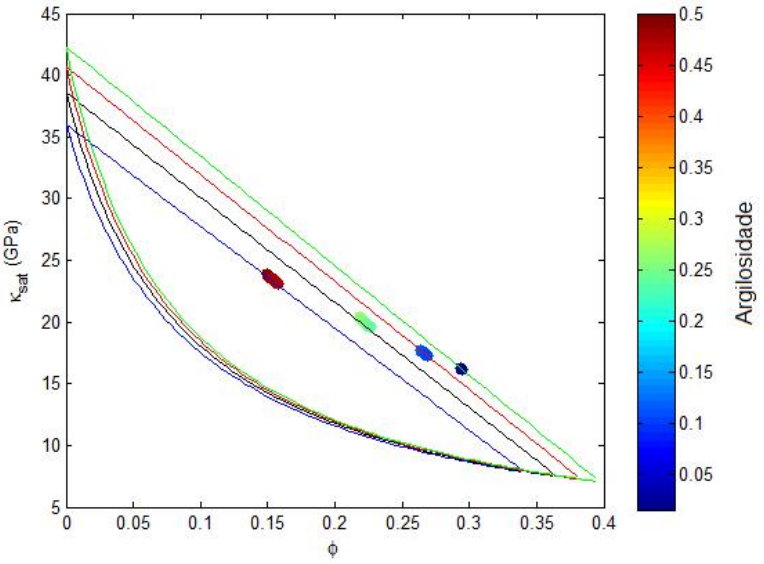
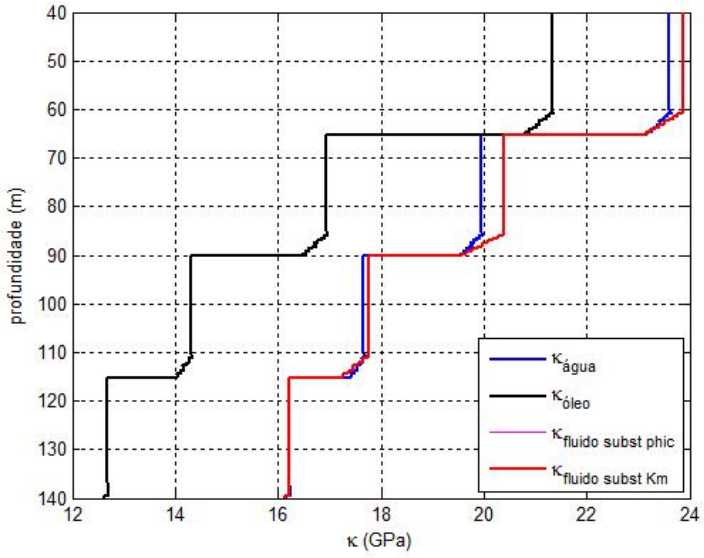
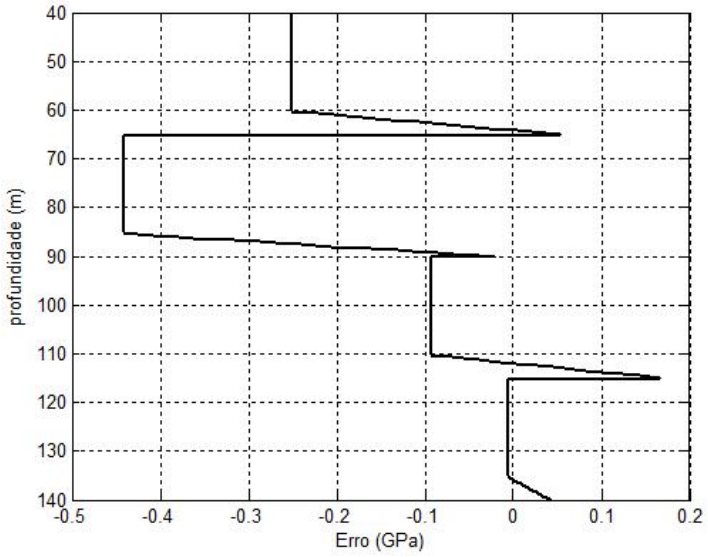


Figura 34: Amostras calculadas a partir da calibração e os limites de Voigt e Reuss calculados apartir dos valores corretos de cada camada.



(a)



(b)

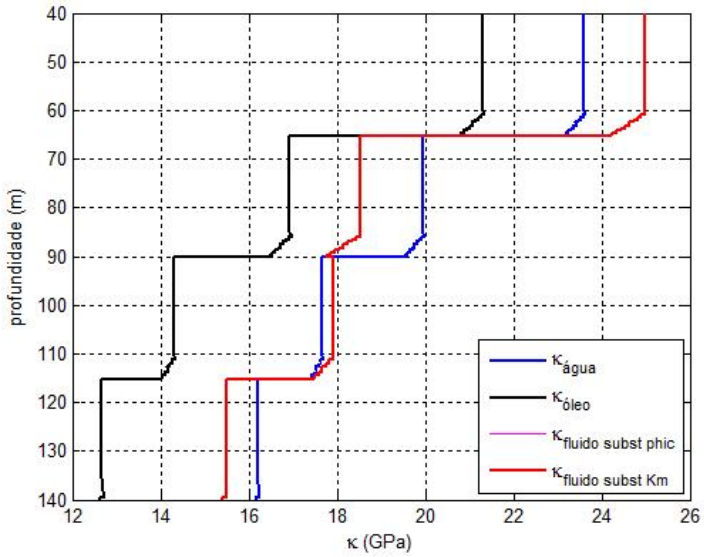
Figura 35: Na Figura (a) observa-se o perfil da incompressibilidade da rocha saturada quando dividi-se o reservatório em quatro camadas. Já na Figura (b) quantifica-se o valor do erro, ou seja, a diferença entre o valor observado e o calculado, neste caso ambos saturadas com água.

5.2.1.2 Duas camadas

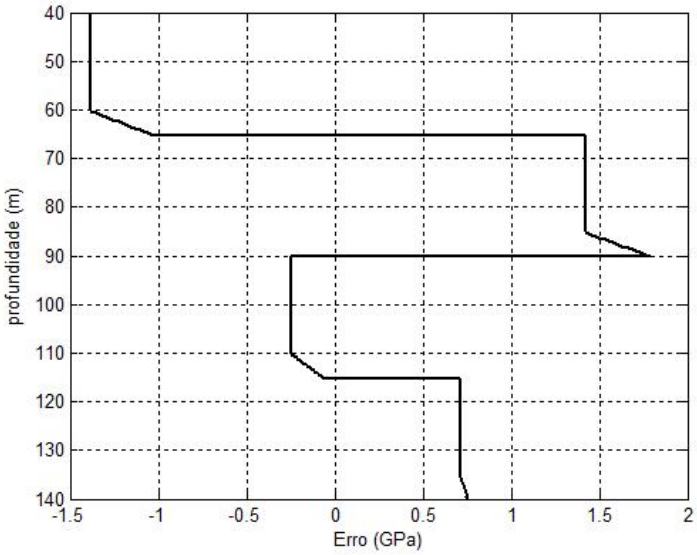
Ao se dividir o reservatório em duas camadas os valores encontrados para a incompressibilidade da matriz e da porosidade crítica são:

- Primeira camada - de 40m a 90m: $K_m = 39,078\ GPa$ e $\phi_c = 0,3297$ - valor esperado: $K_m = 37,295\ GPa$ e $\phi_c = 0,3533$;
- Segunda camada - de 90m a 140m: $K_m = 39,173\ GPa$ e $\phi_c = 0,4$ - valor espe-

rado: $K_m = 41,48\,GPa$ e $\phi_c = 0,3904$;



(a)



(b)

Figura 36: Na Figura (a) observa-se o perfil da incompressibilidade da rocha saturada ao dividir o reservatório em duas camadas. Na Figura (b) observa-se o valor do erro, ou seja, a diferença entre o valor observado e o calculado ambos saturados com água.

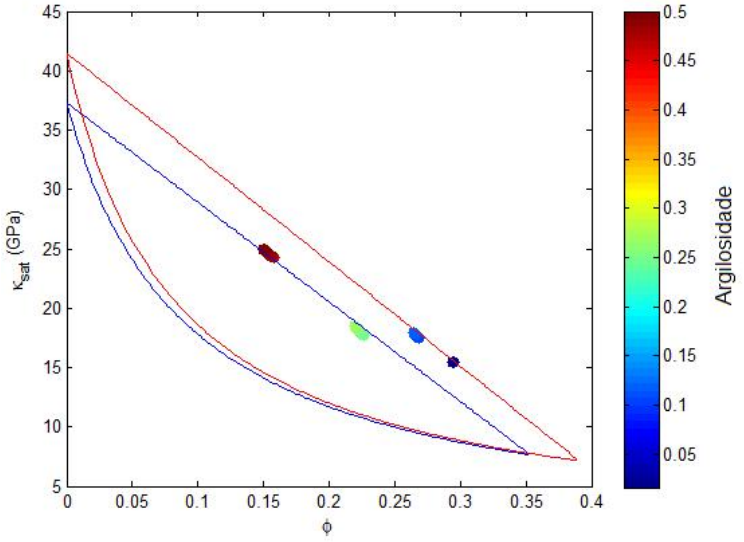


Figura 37: Amostras calculadas a partir da calibração e os limites de Voigt e Reuss calculados apartir da média dos valores corretos de cada camada.

5.2.1.3 Uma camada

Ao considerar o reservatório como sendo uma única camada, o valor encontrado para a incompressibilidade da matriz e da porosidade crítica são:

- Camada única - de 40m a 140m: $K_m = 37,79\,GPa$ e $\phi_c = 0,3673$ - valor verdadeiro: $K_m = 39,3875\,GPa$ e $\phi_c = 0,3719$;

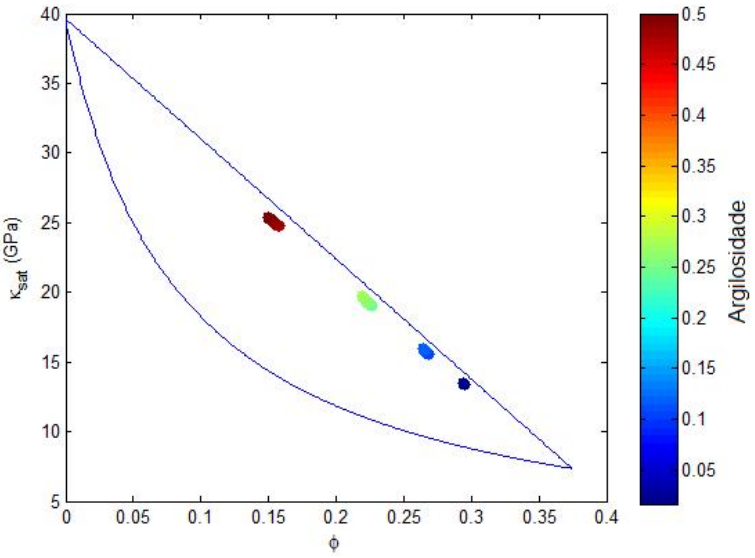
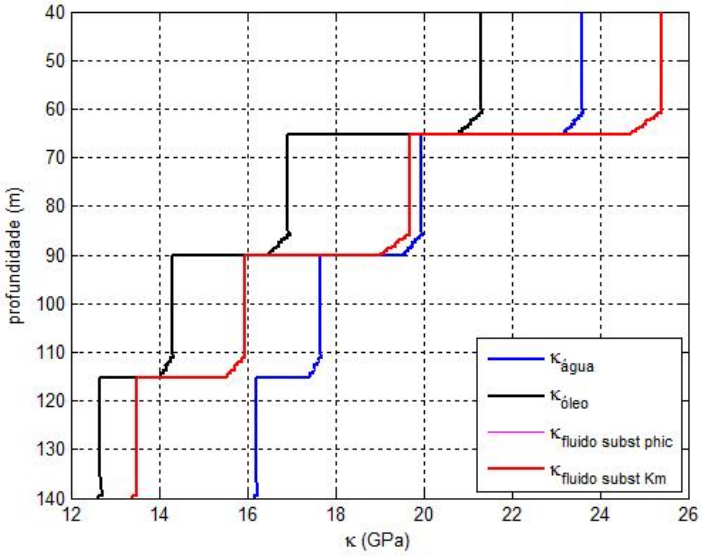
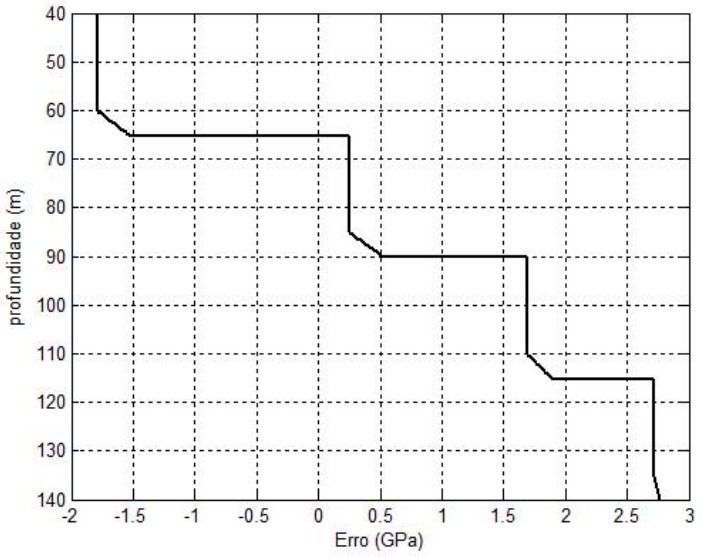


Figura 38: Amostras calculadas a partir da calibração e os limites de Voigt e Reuss calculados apartir da média dos valores corretos de cada camada.



(a)



(b)

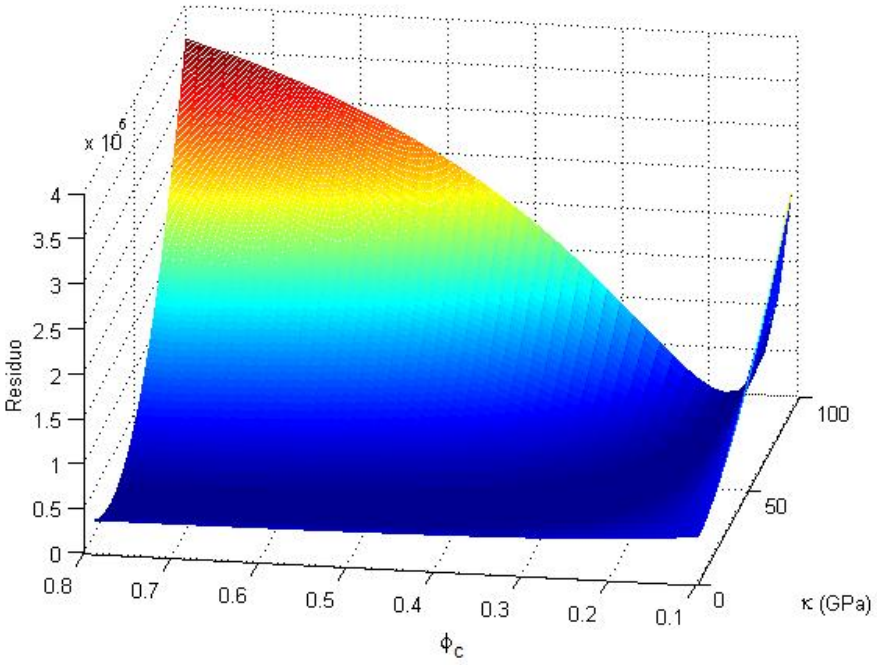
Figura 39: Na Figura (a) pode-se observar o perfil da incompressibilidade da rocha saturada quando o reservatório é considerado uma única camadas. Na Figura (b) está quantificado o valor do erro, ou seja, a diferença entre o valor observado e o calculado ambos saturados com água.

5.2.1.4 Discussões

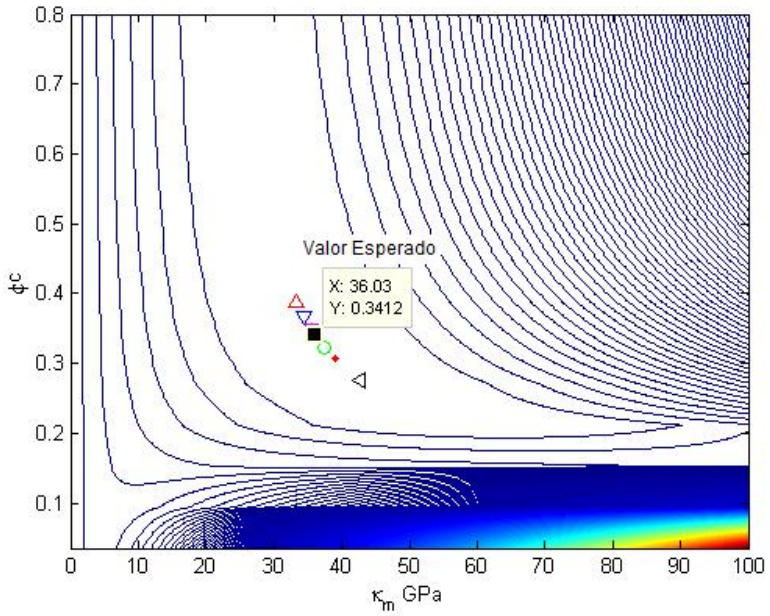
Ao analisar os gráficos dos perfis da Seção (5.2.1), nota-se que o valor encontrado para K_m e ϕ_c quando dividi-se o reservatório em quatro camadas, possui um erro. Pode-se concluir que estes parâmetros estão errados porque quando faz-se a análise da incompressibilidade da rocha saturada, calculada utilizando estes parâmetros calibrados, há erros. O valor médio do erro na incompressibilidade da rocha saturada quando dividi-se o reservatório em 4 camadas foi de 0,96%. Se existe um erro ao dividir em quatro camadas pode-se esperar que ao dividir em duas ou uma também haverá erros. Nota-se que o erro aumenta a medida que o reservatório é dividido em um menor número de camadas.

Com isso resolveu-se analisar a função objetiva, ou seja, a norma resíduo, e assim pode-se notar que não existe um mínimo bem definido conforme mostra a Figura 40. A função possui vários valores de K_m e ϕ_c que possui resíduo zero, isso explica o motivo dos valores encontrados possuerem erros.

De acordo com o valor inicial, quando os valores da função chegam neste vale o valor encontrado é considerado ideal mesmo sendo um valor errado. O valor inicial influência muito já que se este valor for próximo do valor esperado de alguma camada, esta camada terá o erro menor, conforme observamos na Figura 40.



(a)



(b)

Figura 40: Na Figura a observa-se a função objetivo da calibração, onde os eixos x e y são K_m e ϕ_c respectivamente e z o valor do resíduo. Já na Figura b pode-se observar as curvas de nível da função objetiva, podendo melhor observar que existe uma grande área de possíveis valores de K_m e ϕ_c que minimizam o a norma do resíduo. Neste gráfico também pode-se analisar a dependência do valor incial no valor final encontrado para a camada. Nele destacamos o valor esperado, os outros pontos seriam valores encontrados mudando o valor inicial.

5.2.2 Estimando os valores de K_{sd} e K_{sh}

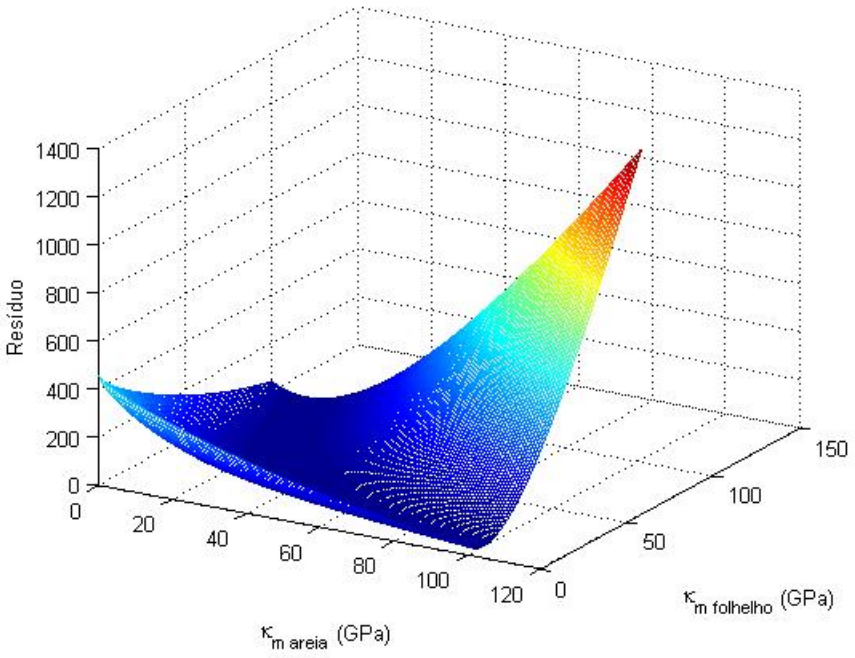
Como o modelo sintético, utilizado para fazer a calibração, é constituído de areia-folhelho, uma possível solução seria encontrar a incompressibilidade da matriz do arenito e do folhelho, calculando a porosidade crítica de cada ponto utilizando a equação (5.2).

A incompressibilidade da matriz será calculada pela média de Voigt-Reuss-Hill, equação (3.12), sendo assim a equação da incompressibilidade da rocha saturada, equação (3.31), passa a ter no lugar de K_m a equação de Voigt-Reuss-Hill. Com isso o perfil que quantifica a quantidade de argila de cada camada passa a ser necessário como parâmetro de entrada, além dos demais perfis, velocidades, densidade e porosidade.

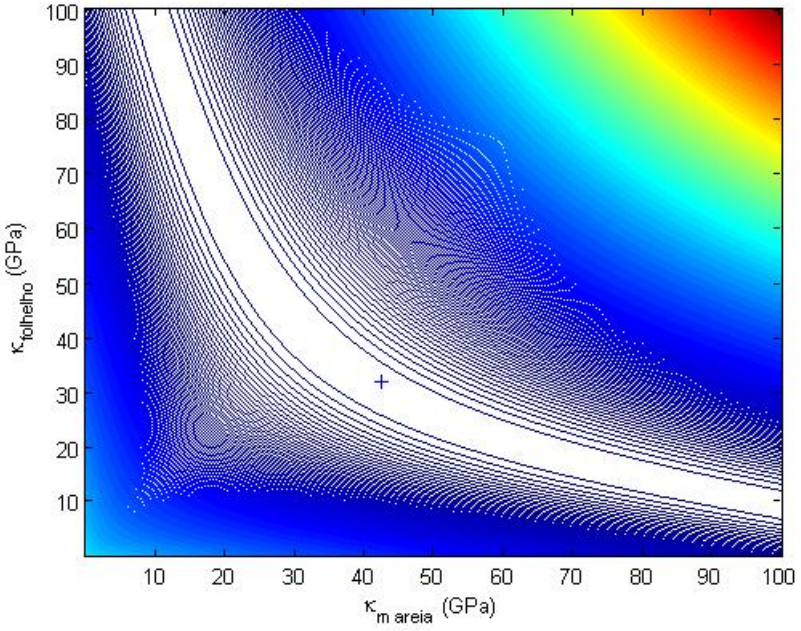
Quando faz-se a calibração, conforme descrito na Seção 4.1, $p = \begin{bmatrix} K_{sd} \\ K_{sh} \end{bmatrix}$ e não tendo o termo da regularização ($\alpha = 0$), encontra-se uma grande área de mínimo, como pode-se observar na Figura 41. Mas conseguiu-se solucionar este problema fazendo a regularização de Tikhonov (ASTER; THURBER, 2004) de ordem zero, em que o melhor valor de α encontrado foi de 0,1 e a matriz L é igual a matriz identidade. Sendo assim a matriz A será dada pela equação (4.2) e r pela equação (4.7). Conforme pode-se observar (ver Figura 42 e 43) conseguiu-se reduzir a área de mínimo.

A Figura 44 mostra os resultados encontrados quando se faz a regularização de Tikhonov. Como pode-se observar o erro é pequeno.

Sabe-se que independente se dividir o reservatório em 4, 2 ou 1 camada o valor esperado da incompressibilidade da matriz da areia e do folhelho serão os mesmos já que as camadas têm a mesma composição mineralógica, a única coisa que muda é a quantidade de argila entre cada camada. Os valores esperados são: $K_{sd} = 42,6415\,GPa$, $K_{sh} = 31,9658\,GPa$



(a)



(b)

Figura 41: Na Figura a observa-se o gráfico 3D da função objetivo, onde os eixos x, y e z são K_{sd}, K_{sh} e o resíduo respectivamente. Já na Figura b observa-se a curva de nível, como pode-se ver a área de mínimo é grande, ou seja, existem vários valores que minimizam o valor do resíduo.

Considera-se que o reservatório é composto por uma camada, o valor encontrado para a incompressibilidade da matriz da areia e do folhelho são:

- Camada única - de 40m a 140m: $K_{sd} = 42,3609\, GPa$, $K_{sh} = 30,4877\, GPa$.

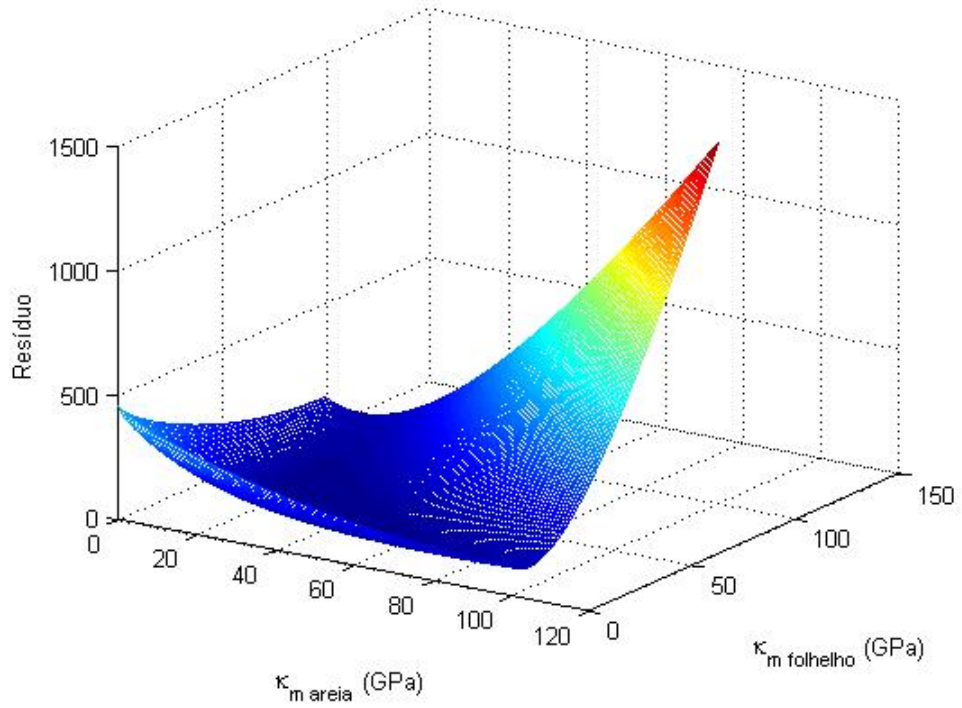


Figura 42: Gráfico 3D da função objetivo onde os eixos x, y e z são K_{sd}, K_{sh} e o resíduo respectivamente.

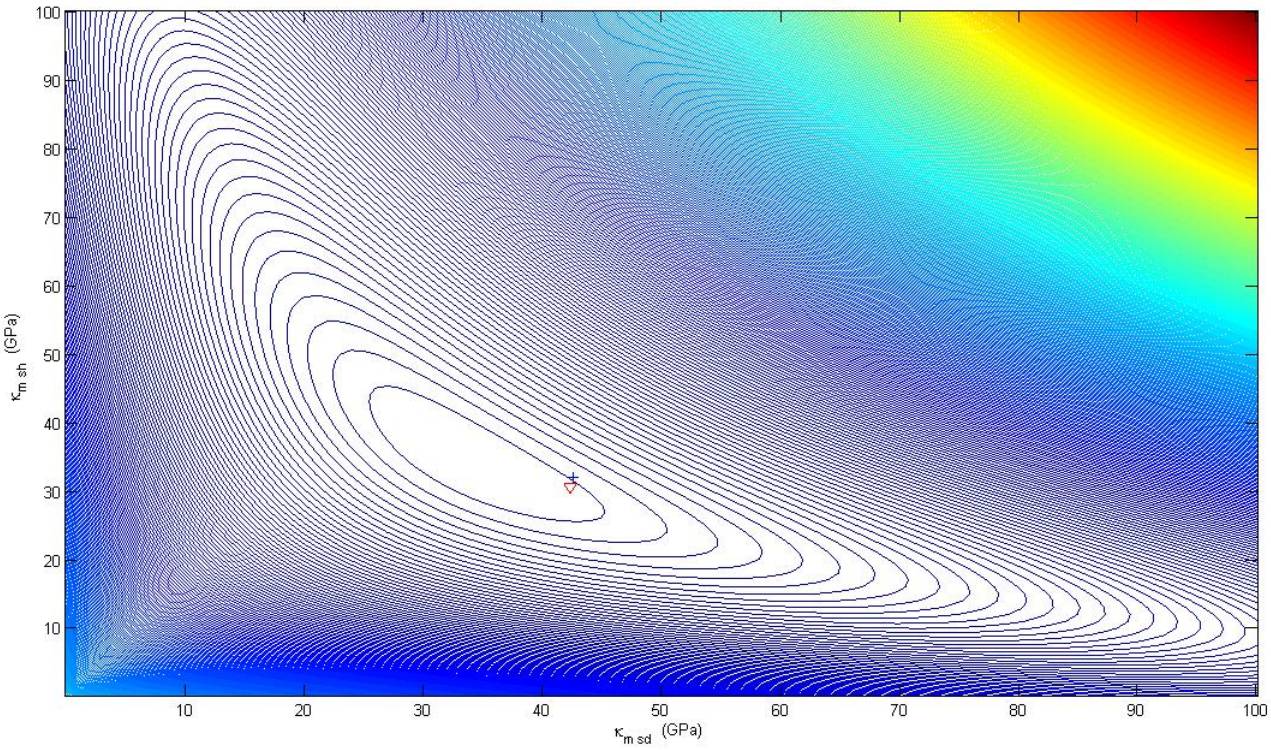
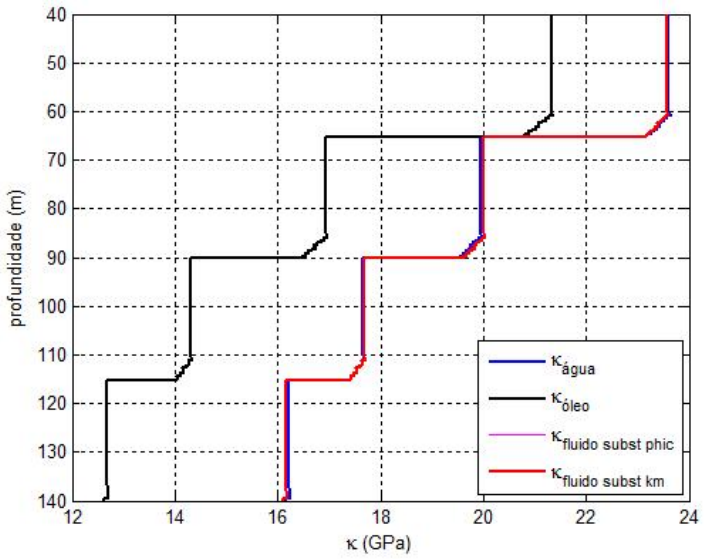
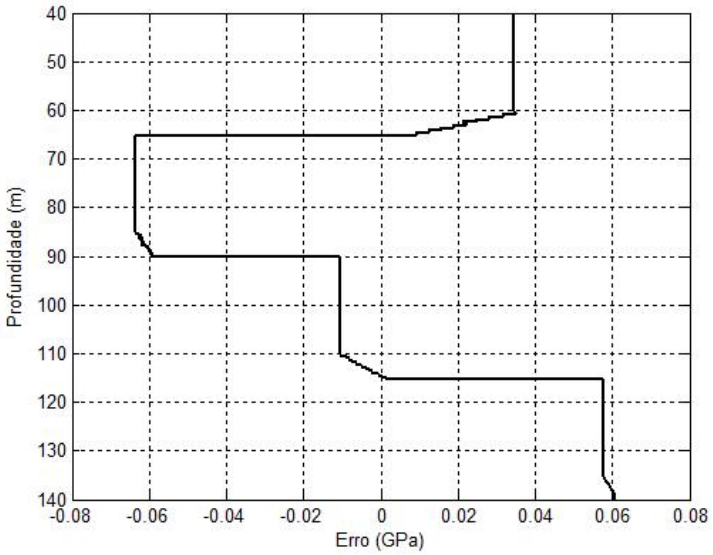


Figura 43: Gráfico da curva de nível da função objetiva. Ao compararmos este gráfico com o gráfico da figura 41 observamos que a área de mínimo diminui. O símbolo $+$ no gráfico mostra o valor esperado, mas como pode-se ver este não se encontra no mínimo então o valor encontrado fica próximo à ele mas na região de mínimo.

Como pode-se observar na Figura 44 o erro foi pequeno.



(a)



(b)

Figura 44: Na Figura a pode-se observar o perfil da incompressibilidade da rocha saturada quando todo o reservatório é considerado como uma única camada, após a calibração é realizada a substituição de fluido. Já na Figura b observa-se o valor do erro, ou seja, a diferença entre o valor observado e o calculado.

5.2.2.1 Discussões

Como pode-se observar, o valor encontrado ficou próximo do valor real. Ao analisar a Figura 43 percebe-se que o ponto esperado não se encontra na região de mínimo, mas o valor encontrado ficou próximo a este valor dentro da região de mínimo. Isso prova que a regularização não garante que o ponto esperado fique dentro da região de mínimo.

Esta idéia de calibrar fixando um dos parâmetros e calibrando o outro, seria com o intuito de validar os valores fixos, já que para fazer a substituição de fluido utilizando o método tradicional o parâmetro de entrada é K_m e quando utiliza-se o método alternativo o parâmetro de entrada é ϕ_c.

6 Teste com Dado Real

6.1 Calibrando as variáveis K_m e ϕ_c

Os dados utilizados para este teste foram os de Han (1986), consiste de oitenta amostras de arenito cuja porosidade varia de média a baixa e a quantidade de argila de zero a 50%.

Incialmente dividi-se os perfis (K_{sat} e ϕ) de acordo com a quantidade de argila, seguindo a classificação de Vernik e Nur (1992). Para fazer isso pode-se utilizar o porgrama desenvolvido por Braga (2005). Para cada camada foi feita a calibração e em seguida o cálculo dos limites de Voigt e Reuss modificado pelo modelo da porosidade crítica utilizando as equações descritas na Seção 3.2.2.

A Figura 45 mostra as amostras calculadas após a calibração com os limites de Voigt e Reuss, e faz a comparação das amostras calculadas com as observadas. A partir daí é calculada a qualidade do ajuste entre o modelo e as observações, baseado na medida R^2. Essa medida da uma idéia da qualidade dos ajuste, através da comparação com um ajuste pela média. A média normalmente produz valores entre 0 e 1 onde 1 representa um ajuste exato.

Os valores encontrados de K_m e ϕ_c para cada camada foram:

- Areia limpa: $K_m = 38,8290$ GPa e $\phi_c = 0,3978$;
- Arenito: $K_m = 35,6945$ GPa e $\phi_c = 0,3995$;
- Arenito Argiloso: $K_m = 33,0665$ GPa e $\phi_c = 0,3991$;
- Folhelho Arenoso: $K_m = 31,21$ GPa e $\phi_c = 0,2887$;

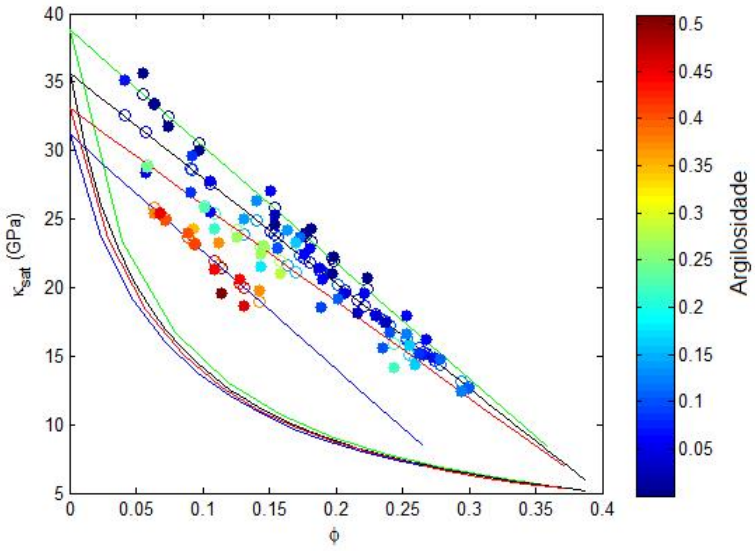


Figura 45: Na figura esta sendo representado os limites de Voigt e Reuss diferenciados pela quantidade de argila, as amostras calculadas (sem preenchimento) e as amostras observadas (preenchidas). As amostras observadas foram retiradas do trabalho de Han (1986) e as calculadas foram calculadas após a calibração.

O valor encontrado da qualidade do ajuste entre o modelo e as observações foram:

- Areia Limpa : 0,9735;
- Arenito: 0,9386;
- Arenito Argiloso: 0,9133;
- Folhelho Arenoso: 0,8419.

A Figura 45 mostra as amostras observadas juntamente com os limites de Voigt e Reuss, estes limites foram calculados após obter K_m e ϕ_c na calibração, conforme pode-se observar as amostras seguiram os limites de uma forma razoável.

6.2 Calibrando as variáveis K_{sd} e K_{sh}

Conforme foi discutido na Seção 5.2.2, uma maneira encontrada de obter melhores valores na calibração foi calcular K_{sd} e K_{sh} fazendo a regularização de Tikhonov. Para cada amostra foi calculada a porosidade crítica, utilizando a equação 5.2, com isso cada amostra tem uma porosidade crítica diferente, já que o volume de argila varia.

A Figura 45 mostra as amostras calculadas após a calibração e faz a comparação das amostras calculadas com as observadas. Pode-se notar que as amostras calcu-

ladas seguem as amostras observadas. Por isso houve um melhora na qualidade do ajuste para as amostras de arenito argiloso e folhelho arenoso.

Então testou-se no dado real está calibração, e o valor encontrado foi:

- Camada Única: $K_{sd} = 37,8983$ GPa e $K_{sh} = 21,2414$ GPa;

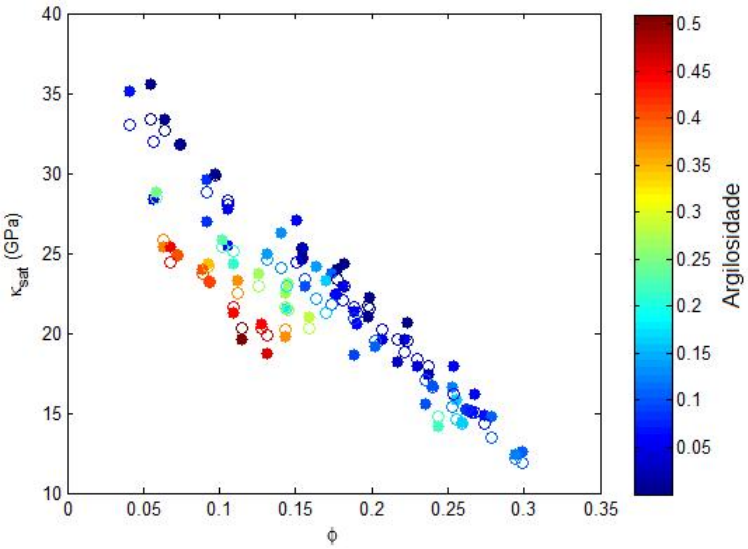


Figura 46: Neste gráfico pode-se observar que as amostras calculadas (sem preenchimento) estão próximas das observadas (preenchidas).

O valor encontrado da qualidade do ajuste entre o modelo e as observações foram:

- Areia Limpa : 0,9737 ;
- Arenito: 0,9382;
- Arenito Argiloso: 0,9424;
- Folhelho Arenoso: 0,9368.

7 Conclusões

A substituição de fluido é uma importante parte dos estudos de atributos sísmicos, porque possibilita a modelagem de vários cenários da movimentação do fluido a qual pode explicar uma variação da amplitude observada com o offset (AVO) ou resposta sísmica 4D. Existem diversas técnicas, sendo a mais comum o uso das equações de Gassmann. Para o uso dessas equações é necessário não violar suas suposições, mas quando aplica as equações de Gassmann em mistura areia-folhelho uma das suposições é violada. Isso porque o folhelho diminui a mobilidade do fluido no arenito, ou seja, se este estiver molhado a água que se encontra em seu interior permanece imóvel e com isso não entra em equilíbrio com o resto do espaço do poroso. Então a solução encontrada para fazer com que as equações sejam válidas para rochas com folhelho molhado, foi considerar o folhelho molhado como parte da matriz, ou seja, a porosidade deste folhelho é excluída da porosidade total. De modo que a porosidade utilizada na substituição de fluido foi a porosidade efetiva.

Inicialmente foi feita uma análise da sensibilidade dos parâmetros das equações de Gassmann, os parâmetros analisados foram K_m, ϕ_c e ϕ. Para fazer essa análise foi adicionada uma perturbação em cada parâmetro, em seguida foi calculado qual seria o erro na incompressibilidade da rocha saturada após realizada a substituição de fluido. A finalidade de fazer a análise desses parâmetros foi de criar um guia, ou seja, analisar qual parâmetro gera um maior erro na incompressibilidade da rocha saturada. Pode-se concluir que:

- quando faz-se uma comparação entre os parâmetros K_m e ϕ_c, a incompressibilidade da matriz gera um maior erro na incompressibilidade da rocha saturada. Sendo assim, quando não se tem certeza se este parâmetro esta bem dimensiondo deve-se fazer a substituição de fluido alternativa, sendo que o parâmetro de entrada é a porosidade crítica;
- ao fazer a comparação entre os métodos de se fazer a substituição de fluido, tradicional ou alternativa, adicionando uma perturbação na porosidade pode-se

concluir que o melhor método a se utilizar é o tradicional, sendo a diferença entre eles pequena.

Para utilizar as equações de Gassmann vários parâmetros devem ser determinados, então com a finalidade de determinar alguns desses parâmetros, já que os outros são retirados de perfis e constante para cada tipo de fluido, foi proposto dois tipos de calibração. Uma dividindo o perfil em fácies de acordo com a quantidade de argila, calibrando K_m e ϕ_c, e a outra considerando o perfil como uma única camada e calibrando K_{sd} e K_{sh}.

Ao fazer a análise da calibração de K_m e ϕ_c conclui-se que:

- quando divide-se o perfil de acordo com a quantidade de argila, ou seja, em várias camadas, o erro é menor. O erro médio encontrado ao dividir o dado sintético areia-folhelho criado no capítulo 5 em quatro camadas foi de 0,96%, em duas camadas foi de 4,7% e em uma camada foi de 8,8%;

- ao fazer a calibração destes dois parâmetros tem-se uma área de mínimo grande, ou seja, vários K_m e ϕ_c ao ser substuidos na equação de Gassmann obtém resíduo zero. Com o intuito de diminuir esta área de mínimo foi utilizada a regularização de Tikhonov mas não foi encontrada uma matriz (L) que diminui-se a área e tivesse o valor real em seu interior;

- A ambigüidade envolvendo os parâmetros exige um certo grau de conhecimento das constates elásticas da rocha;

- quando fixa-se um dos parâmetros e tenta encontrar o outro o erro é menor. Ao fixar K_m e encontrar ϕ_c o erro médio dividindo o perfil em quatro camadas foi de 0,44% e quando fixa-se ϕ_c para encontrar K_m o erro médio foi de 0,05%. Pode-se observar que o melhor resultado obtido foi quando fixou-se ϕ_c para encontrar K_m, porque ϕ_c é um parâmetro textural sendo mais fácil de ser determinado. A idéia de fixar um parâmetro e calibrar o outro seria com o intuito de validar o parâmetro fixado.

Quando faz-se a análise da calibração de K_{sd} e K_{sh} fixando ϕ_c pode-se concluir que:

- ao fazer a calibração dos parâmetros encontra-se uma grande área de mínimo, mas consegue-se reduzir esta área fazendo a regularização de Tikhonov. A matriz (L) utilizada foi a identidade, regularização de ordem zero, mas o valor real não ficou dentro da área de mínimo, isso fez com que tivesse pequenos

erros. Outras matrizes foram utilizadas mas nenhuma delas foram satisfatórias porque não reduziram tanto a área de mínimo como a matriz identidade;

- o erro médio encontrado foi de 0,041%.

Sugere-se para futuros trabalhos encontrar uma maneira de melhorar a calibração de K_m e ϕ_c, ou seja, uma forma de ter um mínimo bem defindo da função. Uma possibilidade seria encontrar uma outra equação que amarra-se os dois parâmetros, sabendo que a medida que aumentamos a quantidade de argila diminuimos a porosidade crítica e a incompressibilidade da matriz.

Referências

ASTER, B. B. R. C.; THURBER, C. *Parameter Estimation and Inverse Problems*. [S.l.: s.n.], 2004.

AVSETH, P.; MUKERJI, T.; MAVKO, G. *Quatitative Seismic Interpretation*. [S.l.: s.n.], 2005.

BATZLE, M.; WANG, Z. Seismic properties of pore fluids. *Geophysics*, v. 57, n. 11, p. 1396–1408, 1992.

BRAGA, I. L. S. *Identifição e Classificação de Litofácies Com o Uso da Teoria Bayesiana de Reconhecimento de Padrões*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — LENEP, 2005.

BROWN, R. J. S.; KORRINGA, J. On the dependence of the elastic properties of a porous rock on the compressibility of a pore fluid. *Geophysics*, v. 40, p. 608–616, 1975.

CARRASCO, A. M. V. Notas de aula. Agosto - Dezembro 2009.

CRAIN, E. R. *The Log Analysis Handbook*. [S.l.], 1986.

DVORKIN, J.; MAVKO, G.; GUREVICH, B. Fluid substitution in shaley sediment using effective porosity. *Geophysics*, v. 72, n. n°3, p. 01 – 08, Maio - Junho 2007.

DVORKIN, J. P. *Rock Physics One-Day Course*. 2000.

ENGELMARK, F.; WESTERNGECO; LUMPUR, K.; MALAYSIA. Error propagation in gassmann modeling for 4d feasibility studies. *The Leading Edge*, p. 984 – 987, Outubro 2002.

GOMES, L. G. *Estimativa dos Perfis de Permeabilidade e de Porosidade Utilizando Rede Neural Artificial*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, 2002.

GRATON, L. C.; FRASER, H. J. Systematic packing of spheres: With particular relation to porosity and permeability. *Journal of Geology*, v. 43, p. 785 – 909, 1935.

HAN, D. *Effects of Porosity and Clay Content on Acoustic Properties of Sandstone and Uncosolidated Sediments*. Tese (Doutorado) — Stanford University, Outubro 1986.

HAN, D.; BATZLE, M. L. Gassmann's equation and fluid-saturation effects on seismic velocities. *Geophysics*, v. 69, n. n°2, p. 398 – 405, Março - Abril 2004.

HAN, D.; NUR, A.; MORGANI, D. Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones. *Geophysics*, v. 51, p. 2093–2107, 1986.

HEARST, J. R.; NELSON, P. H.; PAILLET, F. L. *Well Logging for Physical Properties. A Handbook for Geophysicists, Geologists and Engineers.* Segunda edição. [S.l.: s.n.], 2000.

JACK, I. Time-lapse seismic in reservoir management: Distinguished instructor series. *Soc. Expl. Geophysicists*, 1997.

KRIEF J. GARAT, J. S. M.; VENTRE, J. A petrophysical interpretation using the velocities of p and s waves (full-waveform sonic). *The Log Analyst*, v. 31, p. 355–369, 1990.

KUSTER, G.; TOKSöZ, M. Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media: Part i. theoretical formulations. *Geophysics*, v. 39, p. 587–606, 1974.

LIMA, K. T. P. de. *Utilização de Métodos Sísmicos, Perfilagem e Testemunhos de Poços para Caracterização dos Turbiditos da Formação Urucutuca na Bacia de Almada (BA)*. Tese (Doutorado) — Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo - LENEP/UENF, Fevereiro 2006.

MADSEN, K.; NIELSEN, H. B.; TINGLEFF, O. *Methods for Non-Linear Least Squares Problems*. Segunda edição. [S.l.]: Informatics and Mathematical Modelling - Technical University of Denmark, 2004.

MARION, D.; NUR, A.; YIN, H.; HAN, D. Compressional velocity and porosity in sand-clay mixtures. *Geophysics*, v. 57, n. n° 4, p. 554 – 563, Abril 1992.

MAVKO, G.; MUKERJI, T.; DVORKIN, J. *The Rock Physics Handbook. Tools for Seismic Analysis in Porous Media*. [S.l.: s.n.], 1998.

MCCAIN, W. D. *The Properties of petroleum fluids*. [S.l.: s.n.], 1990.

MONDOL, J. J. N. H.; BJORLYKKE, K. Elastic properties of clay minerals. *The Leading Edge, Soc. Expl. Geophysicists*, 2008.

NERY, G. G. *Densidade*. http://geraldogirao.com/apostilas.htm, 2010.

NERY, G. G. *Interpretação - 2*. http://geraldogirao.com/apostilas.htm, 2010.

NERY, G. G. *Sônico*. http://geraldogirao.com/apostilas.htm, 2010.

NOLEN-HOEKSEMA, R. C. Modulus-porosity relations, gassmann's equations, and the low-frequency elastic-wave response to fluids. *Geophysics*, v. 65, n. n°5, p. 1355 – 1363, Setembro - Outubro 2000.

NUR, A.; MAVKO, G.; DVORKIN, J.; GALMUDI, D. Critical porosity: A key to relating physical properties to porosity in rocks. *Stanford Rock Physics Laboratory*, Março 1998.

PRATSON, L. F.; STROUJKOVAZ, A.; HERRICK, D.; BOADU, F.; MALIN, P. Predicting seismic velocity and other rock properties from clay content only. *Geophysics*, v. 68, p. 1847 – 1856, Novembro-Dezembro 2003.

RAMAMOORTHY, R.; MURPHY, W. F. Fluid identification through dynamic modulus decomposition in carbonate reservoirs. *Trans. Soc. Prof. Well Log Analysts 39th Ann. Logging Symp*, paper Q, 1998.

RAYMER, D. S.; HUNT, E. E.; GARDNER, J. S. An improved sonic transit time-to-porosity transform. *21st Annual Meeting, Society of Petrophysicists and Well LogAnalysts, Paper P*, 1980.

RUSSELL, B. H.; HEDLIN, K.; HILTERMAN, F. J.; LINES, L. R. Tutorial - fluid-property discrimination with avo: A biot-gassmann perspective. *Geophysics*, v. 68, n. n°1, p. 29 – 39, Janeiro - Fevereiro 2003.

SMITH, T. M.; SONDERGELD, C. H.; RAI, C. S. Gassmann fluid substitutions: A tutorial. *Geophysics*, v. 68, n. n°2, p. 430 – 440, Março - Abril 2003.

TAKAHASHI, I. *Quantifying Information and Uncertainty of Rock Property Estimation from Seismic Data*. Tese (Doutorado) — Stanford University, May 2000.

TOSAYA, C.; NUR, A. Effects of diagenesis and clays on compressional velocities in rocks. *Geophysics*, v. 9, p. 5 –8, 1982.

VERNIK, L.; NUR, A. Petrophysical classification of siliciclastics for lithology and porosity from seismic velocities. *The American Association of Petroleum Geologist Bulletin*, v. 76, n. 9, p. 1295 – 1309, setembro 1992.

WANG, Z. Fundamentals of seismic rock physics. *Geophysics*, v. 66, n. n°2, p. 398 – 412, Março - Abril 2001.

Z.WANG. The gassmann equation revisited: Comparing laboratory data with gassmann predictions. *Geophysics*, 2000.