

**ESTUDO DA DISPERSÃO NUMÉRICA EM SIMULADORES DE FLUXO
PARA O PROBLEMA DE DESLOCAMENTO IMISCÍVEL**

JOSÉ B MENEZES LEITE NETTO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE – UENF

MACAÉ – RJ

NOVEMBRO 2003

ESTUDO DA DISPERSÃO NUMÉRICA EM SIMULADORES DE FLUXO PARA O PROBLEMA DE DESLOCAMENTO IMISCÍVEL

JOSÉ B MENEZES LEITE NETTO

Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia ,
da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como
parte das exigências para obtenção do título de
Mestre em Engenharia de Petróleo

Orientador: Prof. Viatcheslav I. Priimenko, Phd.

MACAÉ – RJ

NOVEMBRO 2003

ESTUDO DA DISPERSÃO NUMÉRICA EM SIMULADORES DE FLUXO PARA O PROBLEMA DE DESLOCAMENTO IMISCÍVEL

JOSÉ B MENEZES LEITE NETTO

Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia ,
da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como
parte das exigências para obtenção do título de
Mestre em Engenharia de Petróleo

Aprovada em 24 de novembro de 2003

Comissão Examinadora:

SUMÁRIO

SUMÁRIO	III
LISTA DE FIGURAS	IV
LISTA DE TABELAS	IX
NOMENCLATURAS	X
DEDICATÓRIA	XIII
AGRADECIMENTOS	XIV
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
CAPÍTULO 2 – MODELAGEM ANALÍTICA DO DESLOCAMENTO IMISCÍVEL 1-D	11
CAPÍTULO 3 – TRATAMENTO NUMÉRICO DO FLUXO EM MEIO POROSO.....	26
CAPÍTULO 4 – DISPERSÃO NUMÉRICA.....	39
CAPÍTULO 5 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA	51
CAPÍTULO 6 – ANÁLISE EM SISTEMAS COM MAIS LINHAS DE FLUXO.....	78
CAPÍTULO 7 - DISCUSSÕES SOBRE O MÉTODO	87
CONCLUSÕES	90
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – PROJETO DE RECUPERAÇÃO DE ÓLEO POR INJEÇÃO DE ÁGUA.....	2
FIGURA 2 – AMOSTRA DE ROCHA PARA ENSAIO DE PERMEABILIDADE RELATIVA.	2
FIGURA 3 – CURVA DE PRODUÇÃO EM ENSAIO DE FLUXO FRACIONÁRIO ÓLEO/ÁGUA.....	3
FIGURA 4 – CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA OBTIDA NO ENSAIO.....	3
FIGURA 5 - MALHA DE SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIO.....	4
FIGURA 6 - SIMULAÇÃO DE FLUXO FRACIONÁRIO NA AMOSTRA DE ENSAIO.....	4
FIGURA 7 - GRÁFICO DE RESULTADOS NUMÉRICOS DO PROBLEMA DE BUCKLEY & LEVERETT ..	5
FIGURA 1.1 – GRÁFICO DE PSEUDOFUNÇÕES GERADAS PELO PROGRAMA UPA (PETROBRAS/CENPES).....	10
FIGURA 2.1 - ESQUEMA DE INJEÇÃO DE ÁGUA EM UM CORPO POROSO.....	11
FIGURA 2.2 – GRÁFICO TÍPICO DE PERMEABILIDADE RELATIVA ÓLEO/ÁGUA.....	14
FIGURA 2.3 – CURVA DE FLUXO FRACIONÁRIO	15
FIGURA 2.4 – SEÇÃO ESQUEMÁTICA DE AMOSTRA DE ROCHA COM FLUXO FRACIONÁRIO IMISCÍVEL.....	16
FIGURA 2.5 - GRÁFICO DA DERIVADA DO FLUXO FRACIONÁRIO DA ÁGUA.....	17
FIGURA 2.6 - DISTRIBUIÇÃO DA SATURAÇÃO DE ÁGUA INJETADA.....	18
FIGURA 2.7 - GRÁFICO DE SATURAÇÃO MÉDIA NA REGIÃO INVADIDA PELA ÁGUA INJETADA ..	19
FIGURA 2.8 –SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE BUCKLEY-LEVERETT (1942) POR WELGE (1953)	21
FIGURA 2.9 – PRODUÇÃO PREVISTA DE ÁGUA NO PROBLEMA DE BUCKLEY-LEVERETT (1942)	23
FIGURA 3.1 – ESQUEMA DE BLOCO DE SIMULAÇÃO E ORIENTAÇÃO DE EIXOS	26
FIGURA 3.2 – SISTEMA DE MALHA DE BLOCO CENTRADO.....	31
FIGURA 3.3 – SISTEMA DE MALHA DE BLOCO CENTRADO.....	31
FIGURA 3.4- SISTEMA DE MALHA DE PONTOS DEFINIDOS.....	32
FIGURA 3.5 SISTEMA DE MALHA DE PONTOS DEFINIDOS	33

FIGURA 4.1 –ESQUEMA NUMÉRICO DO PROBLEMA DE BUCKLEY-LEVERETT, POR DAKE (1994).....	40
FIGURA 4.2 – ESQUEMA DE SIMULAÇÃO DE FLUXO.....	42
FIGURA 4.3 – CONDIÇÃO INICIAL DE FLUXO	42
FIGURA 4.4 - PERFIL DE SATURAÇÃO NUMA SIMULAÇÃO DE DESLOCAMENTO DE FLUIDOS ...	44
FIGURA 4.5 ESQUEMA DE 10 BLOCOS IGUAIS PARA SIMULAÇÃO.....	44
FIGURA 4.6 –ESQUEMA DE 8 BLOCOS PARA SIMULAÇÃO	45
FIGURA 4.7 ESQUEMA DE 6 BLOCOS PARA SIMULAÇÃO.....	45
FIGURA 4.8 ESQUEMA DE 4 BLOCOS PARA SIMULAÇÃO.....	45
FIGURA 4.9 - CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA ÁGUA/ÓLEO.....	46
FIGURA 4.10 - RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE PERMEABILIDADE RELATIVA.....	46
FIGURA 4.11 - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO À VARIAÇÃO DE PERMEABILIDADE ABSOLUTA.....	48
FIGURA 4.12 - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO À VARIAÇÃO DE PERMEABILIDADE ABSOLUTA.....	49
FIGURA 4.13 - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO À VARIAÇÃO DE PERMEABILIDADE ABSOLUTA.....	49
FIGURA 4.14 - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO À VARIAÇÃO DE PERMEABILIDADE ABSOLUTA.....	50
FIGURA 5.1 – CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA.....	51
FIGURA 5.2 – CURVA DE FLUXO FRACIONÁRIO	52
FIGURA 5.3 – ESQUEMA DE DESLOCAMENTO IMISCÍVEL EM MODELO NUMÉRICO, NO PRIMEIRO BLOCO.....	54
FIGURA 5.4 – ESQUEMA DE DESLOCAMENTO IMISCÍVEL EM MODELO NUMÉRICO, NO SEGUNDO BLOCO.	55
FIGURA 5.5 – CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA PELA S_{wf}	57
FIGURA 5.6 – PERFIL DE SATURAÇÃO DE ÁGUA.....	57
FIGURA 5.7 – CURVA DE PRODUÇÃO DE EFLUENTES	58

FIGURA 5.8 - RESULTADO DE SIMULAÇÃO DE ESQUEMA DE 4 BLOCOS COM CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA NOS LIMITES DO DOMÍNIO DA SATURAÇÃO.	58
FIGURA 5.9 – RESULTADO DE SIMULAÇÃO DE ESQUEMA DE 6 BLOCOS COM CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA NOS LIMITES DO DOMÍNIO DA SATURAÇÃO.	59
FIGURA 5.10 - RESULTADO DE SIMULAÇÃO DE ESQUEMA DE 8 BLOCOS COM CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA NOS LIMITES DO DOMÍNIO DA SATURAÇÃO.	59
FIGURA 5.11 – RESULTADO DE SIMULAÇÃO DE ESQUEMA DE 10 BLOCOS COM CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA NOS LIMITES DO DOMÍNIO DA SATURAÇÃO.	60
FIGURA 5.12 – RESULTADO DE SIMULAÇÃO DE ESQUEMA DE 100 BLOCOS COM CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA NOS LIMITES DO DOMÍNIO DA SATURAÇÃO.	60
FIGURA 5.13 – RESULTADO DE SIMULAÇÃO DE ESQUEMA DE 200 BLOCOS COM CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA NOS LIMITES DO DOMÍNIO DA SATURAÇÃO.....	61
FIGURA 5.14 – GRÁFICO DO FLUXO FRACIONÁRIO CORRIGIDO	64
FIGURA 5.15 - CORREÇÃO DO PROBLEMA DE BUCKLEY-LEVERETT (1942)	65
FIGURA 5.16 –CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA PARA ESQUEMA DE 4 BLOCOS.....	66
FIGURA 5.17 – AJUSTE DE PRODUÇÃO DE ÁGUA PARA ESQUEMA DE 4 BLOCOS.....	66
FIGURA 5.18 - CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA PARA ESQUEMA DE 6 BLOCOS	67
FIGURA 5.19 - AJUSTE DE PRODUÇÃO DE ÁGUA PARA ESQUEMA DE 6 BLOCOS	67
FIGURA 5.20 - CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDAS PARA ESQUEMA DE 8 BLOCOS	68
FIGURA 5.21 - AJUSTE DE PRODUÇÃO DE ÁGUA PARA ESQUEMA DE 8 BLOCOS	68
FIGURA 5.22 - CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA PARA ESQUEMA DE 10 BLOCOS	69
FIGURA 5.23 - AJUSTE DE PRODUÇÃO DE ÁGUA PARA ESQUEMA DE 10 BLOCOS.....	69
FIGURA 5.24 - CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA PARA ESQUEMA DE 100 BLOCOS	70
FIGURA 5.25 - AJUSTE DE PRODUÇÃO DE ÁGUA PARA ESQUEMA DE 100 BLOCOS.....	70

FIGURA 5.26 - CURVA DE PERMEABILIDADE RELATIVA CORRIGIDA PARA ESQUEMA DE 200 BLOCOS.....	71
FIGURA 5.27 - AJUSTE DE PRODUÇÃO DE ÁGUA PARA ESQUEMA DE 200 BLOCOS.....	71
FIGURA 5.28 – DISTRIBUIÇÃO DE SATURAÇÃO NO INSTANTE DA ERUPÇÃO DA ÁGUA – ESQUEMA DE 4 BLOCOS	73
FIGURA 5.29 – DISTRIBUIÇÃO DE SATURAÇÃO NO INSTANTE DA ERUPÇÃO DA ÁGUA – ESQUEMA DE 6 BLOCOS	73
FIGURA 5.30 – DISTRIBUIÇÃO DE SATURAÇÃO NO INSTANTE DA ERUPÇÃO DA ÁGUA – ESQUEMA DE 8 BLOCOS	74
FIGURA 5.31 – DISTRIBUIÇÃO DE SATURAÇÃO NO INSTANTE DA ERUPÇÃO DA ÁGUA – ESQUEMA DE 10 BLOCOS.....	74
FIGURA 5.32 – DISTRIBUIÇÃO DE SATURAÇÃO NO INSTANTE DA ERUPÇÃO DA ÁGUA – ESQUEMA DE 100 BLOCOS.....	75
FIGURA 5.33 – DISTRIBUIÇÃO DE SATURAÇÃO NO INSTANTE DA ERUPÇÃO DA ÁGUA – ESQUEMA DE 200 BLOCOS.....	75
FIGURA 6.1 - SEÇÃO ESQUEMÁTICA DE RESERVATÓRIO PORTADOR DE ÓLEO.....	78
FIGURA 6.2 – ESQUEMA DE DESLOCAMENTO IMISCÍVEL EM DUAS CAMADAS.....	79
FIGURA 6.3 – ESQUEMA DE PRODUÇÃO DE ÁGUA DE DUAS LINHAS DE FLUXO	79
FIGURA 6.4 – ESQUEMA DE $\frac{1}{4}$ DE <i>FIVE SPOT</i>	80
FIGURA 6.5 – RESULTADO DE SIMULAÇÃO PARA ESQUEMA $\frac{1}{4}$ DE <i>FIVE SPOT</i>	81
FIGURA 6.6 – MAPA DE SATURAÇÃO DE ÁGUA EM SIMULAÇÃO COM MALHA DE 100 BLOCOS	82
FIGURA 6.7 – MAPA DE SATURAÇÃO DE ÁGUA EM SIMULAÇÃO COM MALHA DE 25 BLOCOS..	82
FIGURA 6.8 – ESQUEMA DE DIREÇÃO DAS LINHAS DE FLUXO EM SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	83
FIGURA 6.9 – MALHA DE BLOCOS PARALELA AO FLUXO	83
FIGURA 6.10 – PRODUÇÃO PREVISTA DE FRAÇÃO DE ÁGUA EM ESQUEMA DE MALHA PARALELA AO FLUXO	84
FIGURA 6.11 – MAPA DE SATURAÇÃO DE ÁGUA EM SIMULAÇÃO COM MALHA DE 100 BLOCOS.	85

FIGURA 6.12 – MAPA DE SATURAÇÃO DE ÁGUA EM SIMULAÇÃO COM MALHA DE 25 BLOCOS.

..... 85

LISTA DE TABELAS

TABELA 5.1 – DESVIOS NOS RESULTADOS DE ERUPÇÃO DA ÁGUA SIMULADOS NUMERICAMENTE.....	62
TABELA 5.2 - DESVIOS NOS RESULTADOS DE ERUPÇÃO DA ÁGUA SIMULADOS NUMERICAMENTE PARA A PSEUDO FUNÇÃO.....	72
TABELA 5.3 – DESVIO DE SATURAÇÃO NO ESQUEMA DE 4 BLOCOS, NO MOMENTO DE ERUPÇÃO DA ÁGUA.....	76
TABELA 5.4 – DESVIO DE SATURAÇÃO NO ESQUEMA DE 6 BLOCOS, NO MOMENTO DE ERUPÇÃO DA ÁGUA.....	76
TABELA 5.5 - DESVIO DE SATURAÇÃO NO ESQUEMA DE 8 BLOCOS, NO MOMENTO DE ERUPÇÃO DA ÁGUA.....	76
TABELA 5.6 - DESVIO DE SATURAÇÃO NO ESQUEMA DE 10 BLOCOS, NO MOMENTO DE ERUPÇÃO DA ÁGUA.....	77
TABELA 5.7 - DESVIO DE SATURAÇÃO NO ESQUEMA DE 100 BLOCOS, NO MOMENTO DE ERUPÇÃO DA ÁGUA.....	77
TABELA 5.8 - DESVIO DE SATURAÇÃO NO ESQUEMA DE 200 BLOCOS, NO MOMENTO DE ERUPÇÃO DA ÁGUA.....	77

NOMENCLATURAS

A	Termo de acumulação de massa
A_c	Área transversal ao fluxo
a	Expoente relativo à permeabilidade relativa à água
b	Expoente relativo à permeabilidade relativa ao óleo
B_g	Fator volumétrico do gás
B_o	Fator volumétrico do óleo
B_w	Fator volumétrico da água
c_f	Compressibilidade do fluido
c_t	Compressibilidade total
E_D	Eficiência de deslocamento
f_w	Fluxo fracionário da água
g	Aceleração da gravidade
h	Espessura da amostra de rocha
j	(subscrito) identificador do bloco de simulação
k	Permeabilidade da rocha
k_{r_o}	Permeabilidade relativa ao óleo
$k_{r_o}^0$	Permeabilidade relativa ao óleo @ S_{wi}
k_{r_w}	Permeabilidade relativa à água
$k_{r_w}^0$	Permeabilidade relativa à água @ $(1 - S_{or})$
L	Comprimento da amostra de rocha
N_p	Volume acumulado de óleo produzido
p_o	Pressão do óleo
p_w	Pressão da água

q_i	Vazão de injeção de água
q_o	Vazão de óleo
q_w	Vazão de água
q_t	Vazão total
R_s	Razão de solubilidade do gás no óleo
S	Saturação adimensional de água
S^*	Saturação da água para correção das curvas de permeabilidade relativa
S_j^n	Saturação de água do bloco j no tempo de simulação n .
\bar{S}_m	Saturação média de erupção de água nos blocos de simulação
S_o	Saturação de óleo
S_{or}	Saturação de óleo residual
S_w	Saturação de água
S_{w_e}	Saturação de água na interface entre dois blocos de simulação
S_{w_f}	Saturação de água na frente de choque
S_{w_i}	Saturação de água imóvel
S_{w_m}	Saturação média de água
$S_{w_{m_j}}$	Saturação média de água no bloco j de simulação
$S_{w_{matras}}$	Saturação de água média atrás de um plano de saturação de água S_{w_e}
T	Termo de transmissibilidade dos blocos de simulação
t	Tempo
$v_{S_{wf}}$	Velocidade da frente de choque de água
$VOIP$	Volume original de óleo no meio poroso

VPI	Volume poroso injetado
W_i	Volume de água injetada
x	Distância na direção do fluxo
x_D	Distância adimensional na direção do fluxo
x_{S_w}	Distância percorrida por um plano de saturação constante de água S_w
Δy	Largura da amostra de rocha
f	Porosidade da rocha
Φ_o	Potencial do óleo
Φ_w	Potencial da água
m_o	Viscosidade do óleo
m_w	Viscosidade da água
h_o	Coefficiente de difusividade hidráulica do óleo
r_o	Densidade do óleo
r_w	Densidade da água
q	Inclinação do fluxo em relação ao plano horizontal

Dedicatória

Esta tese é o fruto do carinho, atenção e dedicação de todas as pessoas que se relacionaram comigo ao longo de minha vida. Tudo o que sei devo a elas.

Dedico este trabalho à minha esposa Zilmar e meus filhos Nicolás e Lucas, que me apoiaram durante todo o tempo do curso, e sempre compreenderam minhas dificuldades.

Agradecimentos

Destaco meus agradecimentos a algumas pessoas que mais diretamente estiveram envolvidas na realização deste trabalho. Agradeço ao meu colega Dr. Régis K. Romeu, pela inestimável atenção e orientação inicial. Agradeço ao meu professor Dr. Pavel Bedrikovsky, cuja boa vontade, entusiasmo e espírito de solidariedade são contagiantes. O que aprendi com o professor Pavel transcende a matéria dada. Agradeço ao meu colega Amaro Luiz Cassiano Dias, pela enorme dedicação e boa vontade na elaboração do programa para tratamento do problema de Buckley e Leverett (1942). Sem sua qualidade profissional eu não teria obtido resultados tão satisfatórios.

Agradeço aos meus orientadores, Dr. Viatcheslav Priimenko e Dr. José Adilson Tenório Gomes, que aceitaram o desafio de encarar comigo o tema.

Agradeço a todos os meus colegas neste curso pela solidariedade e espírito de cooperação. Faço-os se representar especialmente nas pessoas da Márcia Ida e do José Sérgio Daher. Meu maior estímulo ao longo do curso foi fazer parte desta turma. A Adolfo Puime Pires e a Luís Henrique Zapparolli, agradeço pela inestimável ajuda no finalzinho desta tese. São amigos de singular valor.

Meu reconhecimento e agradecimento ao espírito de solidariedade de meus colegas da Petrobras. O espírito de solidariedade dos colegas desta empresa é a que a torna forte, e capaz de representar o nosso país no mundo empresarial. Agradeço em especial à minha colega Gláucia Cristina Terra Cruz, pela atenção e boa vontade na montagem deste relatório. Os recursos fornecidos pela Petrobras (programa de simulação e equipamentos) foram fundamentais ao desenvolvimento desta tese.

Introdução

Os estudos de reservatórios são responsáveis pela predição da produção e comportamento dos reservatórios durante a vida do projeto. Os simuladores numéricos de fluxo em meio poroso são uma das mais poderosas ferramentas da engenharia para a realização mais precisa desta predição de comportamento. Um dos métodos numéricos mais utilizados comercialmente é o de diferenças finitas de volume de controle, cuja sigla na língua inglesa é *CVFD*. Nestes simuladores o reservatório é dividido em blocos de simulação, nos quais as equações fundamentais de fluxo são aplicadas e procura-se ajustar o histórico de produção do campo. Os modelos de fluxo são basicamente constituídos de quatro tipos de informações:

1. Propriedades físicas da rocha e dos fluidos;
2. Geometria do reservatório;
3. Histórico de pressão e produção dos fluidos;
4. Malha de simulação (tamanho dos blocos e direção da malha)

Espera-se que a malha de simulação não seja relevante no ajuste de histórico de produção dos poços, porém em muitas situações a influência da dispersão numérica nos resultados da simulação pode se tornar mais importante que as incertezas geológicas.

Um exemplo clássico do domínio da dispersão numérica sobre os resultados da simulação é tido no caso do fluxo fracionário óleo/água. O fenômeno do fluxo fracionário se mostrou mais relevante para o estudo deste trabalho por possuir um equacionamento bastante conhecido e dominado, cuja solução serve para validação dos resultados esperados da simulação.

O fluxo fracionário ocorre quando se recupera o óleo contido no meio poroso a partir da sua substituição por água. Este fenômeno foi equacionado em 1942 por Buckley-Leverett, e o desenvolvimento das equações resultou em procedimentos de laboratório para obtenção das curvas de permeabilidade relativa aos fluidos. Para a aplicação destes conceitos em escala de campo, toma-se por exemplo o projeto de

recuperação de óleo em um reservatório de petróleo através um poço produtor de óleo e outro injetor de água (Figura 1).

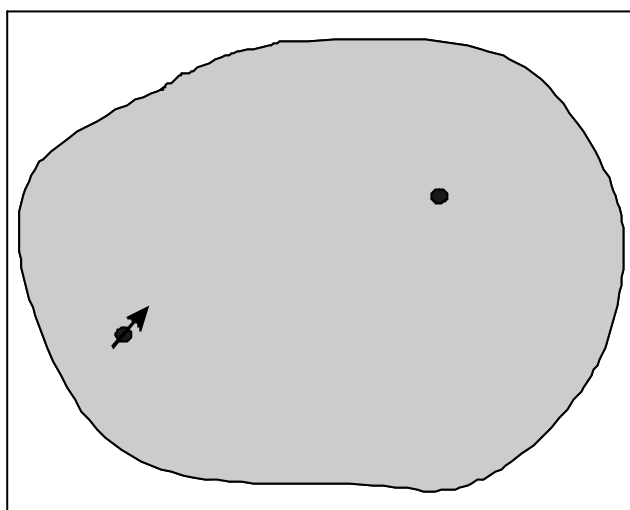


Figura 1 – Projeto de recuperação de óleo por injeção de água.

Para uma elaboração mais precisa do projeto de extração do óleo é necessário obter uma amostra de rocha (Figura 2), considerada homogênea para os nossos propósitos. O ensaio do fluxo fracionário nesta amostra fornece uma curva de produção de óleo seguido de água (Figura 3), gerando finalmente as curvas de permeabilidade relativa (Figura 4).

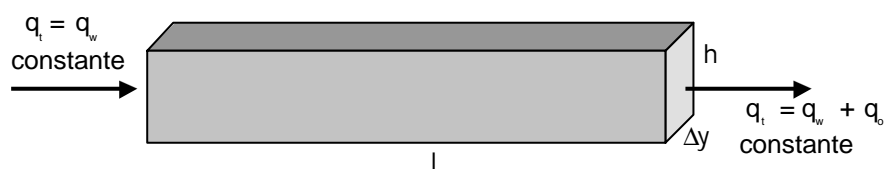


Figura 2 – Amostra de rocha para ensaio de permeabilidade relativa.

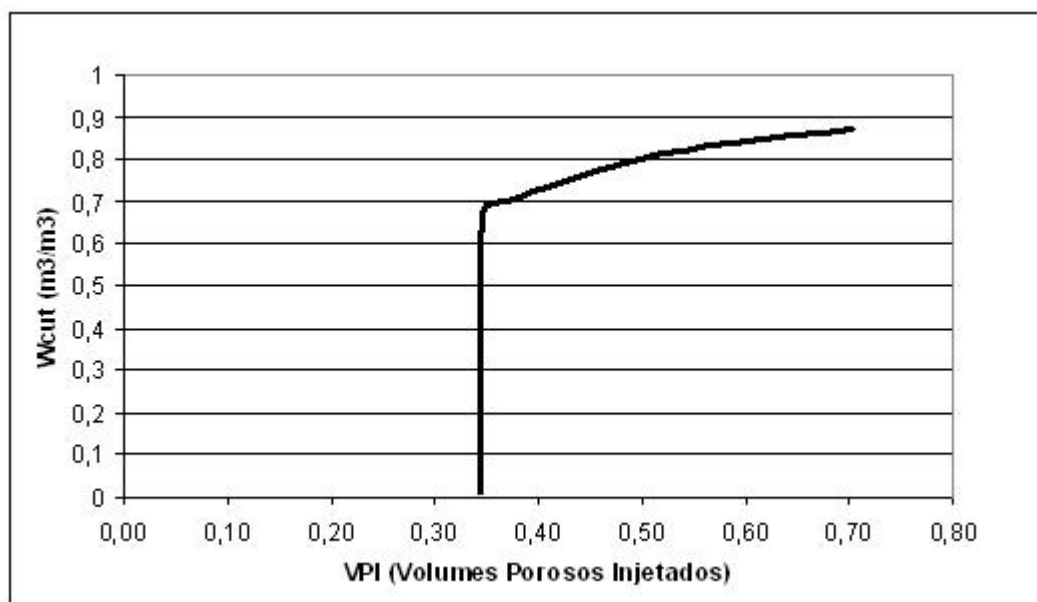


Figura 3 – Curva de produção em ensaio de fluxo fracionário óleo/água.

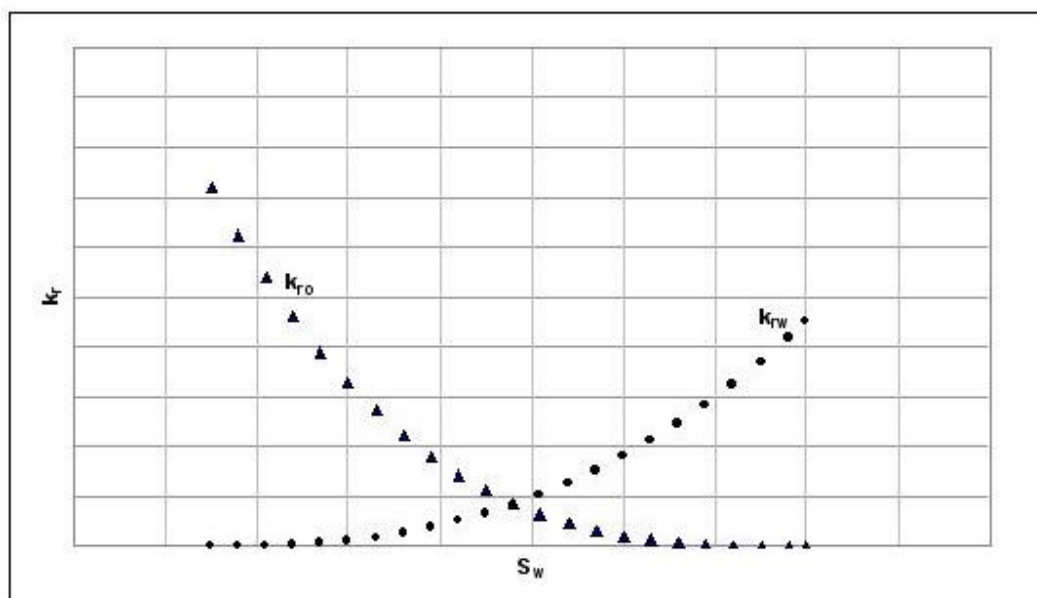


Figura 4 – Curva de permeabilidade relativa obtida no ensaio.

De posse da geometria do reservatório e demais propriedades geológicas e de fluidos, gera-se uma malha de simulação conforme mostrado na Figura 5.

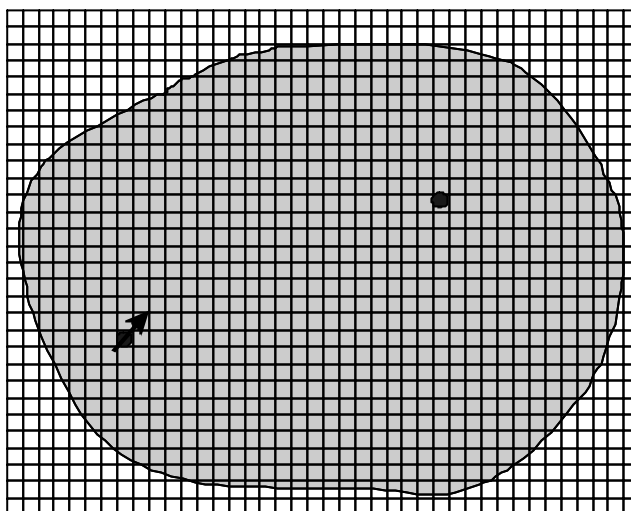


Figura 5 - Malha de simulação de reservatório

Observa-se o problema da dispersão numérica da solução quando se simula numericamente o ensaio de laboratório descrito utilizando as curvas de permeabilidade relativa obtidas no ensaio. A Figura 6 mostra o esquema de simulação para a amostra de rocha utilizada no ensaio (Figura 2).

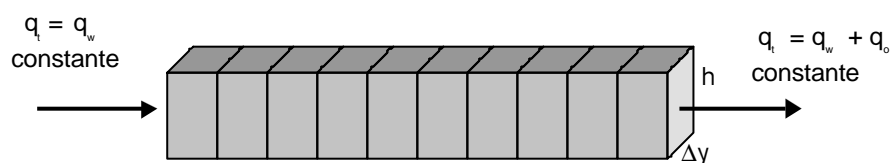


Figura 6 - Simulação de fluxo fracionário na amostra de ensaio.

Os resultados de simulação são apresentados na Figura 7.

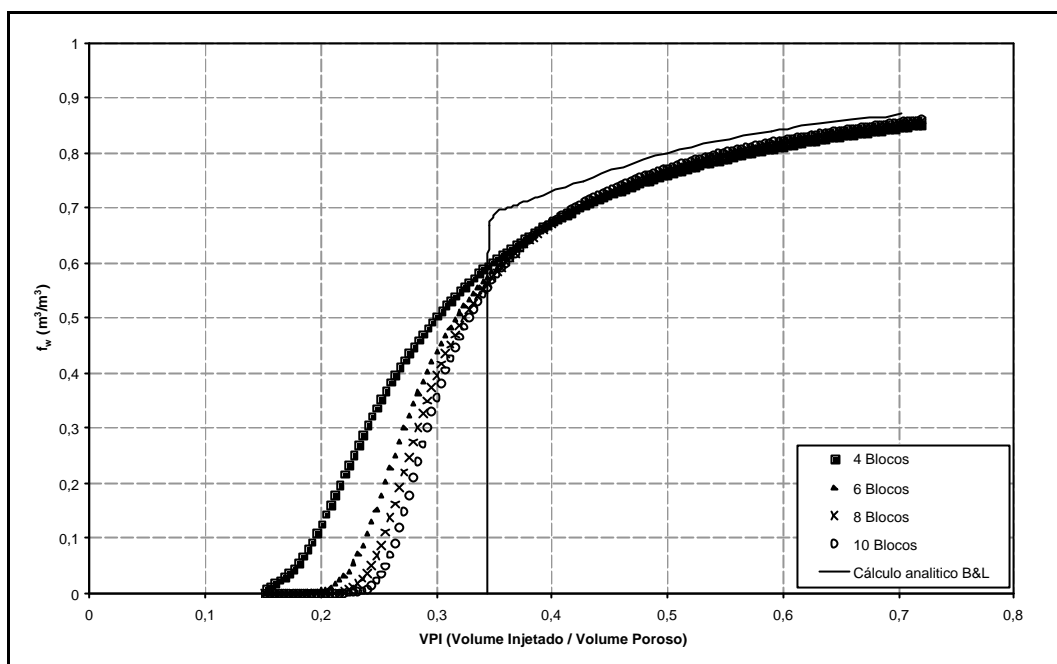


Figura7 - Gráfico de resultados numéricos do problema de Buckley & Leverett

Observa-se nos resultados simulados que a erupção da água se apresenta tão mais antecipada quanto menos blocos forem utilizados, ou seja, o resultado da simulação se mostra tão mais próximo da solução desejada quanto mais blocos de simulação forem utilizados. O aumento na precisão dos resultados a partir do incremento do número de blocos de simulação se mostra limitado devido à capacidade de processamento dos computadores existentes. Em muitos modelos, a quantidade de blocos adotados tem atingido a casa das centenas de milhares, e nestes casos os tamanhos dos blocos podem ser bastante inferiores à escala de definição das propriedades geológicas.

A simulação numérica do ensaio de fluxo fracionário numa amostra da rocha, buscando reproduzir os resultados obtidos analiticamente, revela um caso clássico onde toda a incerteza da simulação é atribuída à variável matemática do problema. Entretanto, este efeito matemático é totalmente indesejado quando os estudos de reservatórios objetivam a caracterização do reservatório, minimizando suas incertezas geológicas. Neste trabalho apresentamos um método de correção das curvas de permeabilidade relativa para a reprodução da produção de óleo e água registradas no ensaio de laboratório. Para tal será feita uma revisão do modelo analítico de fluxo fracionário desenvolvido por Buckley-Leverett (1942) e uma breve

revisão dos conceitos mais relevante nos simuladores de diferenças finitas de volumes de controle.

Capítulo 1 - Revisão bibliográfica

Os estudos de deslocamento imiscível de fluidos em meio poroso têm um marco nos trabalhos de Buckley-Leverett (1942), cujas equações definem o perfil de velocidades relativas do fluido deslocante em relação ao deslocado. Com estas mesmas equações, define-se o perfil de saturação dos fluidos ao longo da região invadida. Entretanto, a solução matemática proposta por Buckley-Leverett (1942) apresentou uma inconsistência física, e sua solução numérica era bastante trabalhosa para os recursos da época. Welge (1952) reviu as equações e propôs uma solução gráfica para o problema. Dake (1978) descreve este tema de forma bastante didática, apresentando o modelo de Buckley-Leverett (1942) e a solução proposta por Welge (1952).

Alguns trabalhos sobre o equacionamento de Buckley-Leverett (1942) levaram ao desenvolvimento de métodos de laboratório para determinação da permeabilidade relativa a partir de amostras de rocha reservatório. No que diz respeito aos estudos numéricos de campo, os conceitos teóricos têm tido um avanço mais lento, isto é, inúmeros estudos têm sido desenvolvidos para se introduzir corretamente determinadas propriedades à modelagem numérica.

Três trabalhos se destacam na utilização da solução de Buckley-Leverett (1942) nos ensaios de determinação da permeabilidade relativa de uma amostra de rocha. Rapoport e Leas (1953) definiram um fator de escala $L \cdot v \cdot m_w$ (L é o comprimento do amostra, v é a velocidade de fluxo de Darcy e m_w é a viscosidade do fluido deslocante) para a formação em laboratório do perfil de saturações previsto pela equação de Buckley-Leverett (1942). Este trabalho determinou um valor mínimo para o fator $L \cdot v \cdot m_w$ no qual os efeitos capilares e de extremidade do amostra não afetam os ensaios para obtenção da permeabilidade relativa, pois preponderam os efeitos viscosos.

Johnson *et al.* (1959) propuseram um método conhecido como JBN para tornar os ensaios de permeabilidade relativa mais rápidos e confiáveis. O método JBN definiu analiticamente expressões para associar o fluxo de fluidos produzidos à saturação na extremidade produtora da amostra da rocha,

calculada a partir do perfil de saturações calculado por Buckley-Leverett (1942) expresso na solução de Welge (1952).

Jones e Roszelle (1978) geraram um novo método gráfico de determinação da permeabilidade relativa a partir do desenvolvimento analítico da equação de Buckley-Leverett (1942). A construção das curvas de permeabilidade relativa se dá na conclusão que a saturação do fluido injetado, em qualquer ponto da amostra da rocha, é função apenas do número de volumes porosos injetados.

Os trabalhos de Welge (1952), Rapoport e Leas (1953), Johnson *et al.* (1959) e Jones e Roszelle (1978) mostram uma evolução no tratamento analítico das equações de Buckley & Leverett, com aplicação experimental de bastante precisão na determinação das curvas de permeabilidade relativa. O tratamento analítico das equações se revelou bastante preciso devido às considerações de homogeneidade e geometria linear das amostras de rocha utilizadas. Entretanto, quando o problema é aplicado à escala de campo, surge a necessidade de se considerar as heterogeneidades e a geometria irregular dos reservatórios. Esta questão motivou o desenvolvimento de simuladores numéricos de fluxo, cujos blocos são algumas ordens de grandeza superior às amostras de ensaios. Houveram então alguns trabalhos desenvolvidos no intuito de preservar os resultados quando da mudança de escala.

Kyte e Berry (1975) propuseram um método de criação de pseudofunção da permeabilidade relativa para resolver problemas de redução de número de blocos de simulação, dadas a ainda precária qualidade dos computadores da época. A pseudofunção proposta possibilitou aproximar os cálculos de saturações de água da malha mais grosseira ao resultado obtido em seção para a malha mais refinada, dadas as dispersões numéricas já conhecidas à época.

Starley (1988) propõe uma técnica de geração de pseudofunção para problemas de deslocamento de fluidos imiscíveis, em modelos numéricos de reservatórios bastante extensos com malha bastante grosseira. As pseudofunções propostas levam em conta os efeitos de dispersão numérica e

da orientação da malha de simulação. Neste caso o resultado de simulação em malha 3D mais refinada serve de referência à construção da solução.

King *et al.* (1992) propuseram uma renormalização do espaço real como alternativa à solução com pseudofunção, resolvendo questões localizadas em detrimento de solução mais ampla, posto a dificuldade do problema. As propriedades efetiva de pequenas regiões podem ser calculadas e depois inseridas na malha grosseira.

Taggart *et al.* (1995) propuseram nova técnica de geração de pseudocurvas de permeabilidade relativa dependentes do comprimento dos blocos, comparando os resultados de KYTE e BERRY (1975). Na proposta deste trabalho insere-se o conceito de zonas idealizadas, obtidas por observação da velocidade de propagação do perfil de saturações nestas zonas. As pseudofunções são construídas a partir das posições das interfaces dos blocos, para o perfil de saturação definido por Buckley-Leverett (1942), com a solução de Welge (1953).

Hewett *et al.* (1998) fizeram uma abordagem analítica do problema de Buckley-Leverett (1942), gerando pseudocurvas de permeabilidade relativa para cada bloco da malha de definição do problema. Neste trabalho foram apresentadas correções na curva de fluxo fracionário para as condições de discretização do meio poroso.

O programa UPA, desenvolvido no Centro de Pesquisa da Petrobras (CENPES) por Romeu *et al.* (1997) desenvolve um tratamento das curvas de permeabilidade relativa para um sistema de blocos, em superposição ao perfil de saturações de Buckley-Leverett (1942), como demonstrado na Figura 1.1. Este trabalho, a exemplo de Hewett *et al.* (1998), desenvolve uma pseudocurva para cada bloco, em função do avanço do perfil sobre cada bloco.

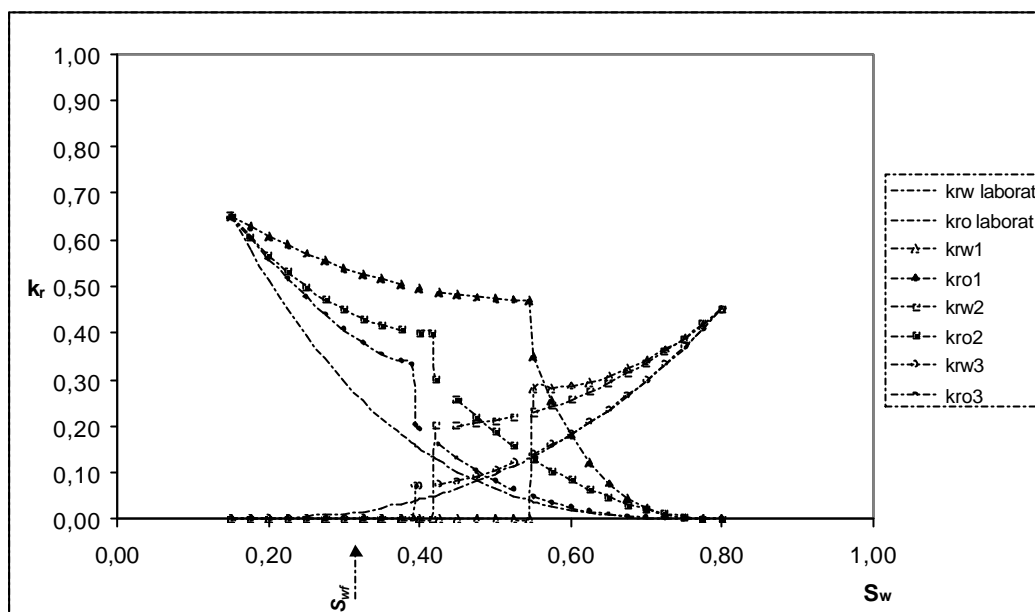


Figura 1.1 – Gráfico de pseudofunções geradas pelo programa UPA (Petrobras/CENPES)

Em nossa pesquisa bibliográfica não encontramos nenhum método de correção ao fluxo fracionário em meio poroso que reproduza de forma prática os resultados obtidos a partir das equações de Buckley-Leverett (1942). Buscamos neste trabalho gerar um método de criação de curvas de permeabilidade relativa corrigidas para reproduzir os resultados previstos analiticamente por Buckley-Leverett (1942). A curva de permeabilidade relativa corrigida deverá ser única para todos os blocos do sistema simulado, e terá como objetivo reproduzir a produção de água e óleo na extremidade produtora da amostra de rocha simulada. Esta curva de permeabilidade relativa corrigida deverá reproduzir, em escala de campo, a produção de óleo e água medidas nos ensaios de laboratório que geraram a curva de permeabilidade relativa inicial.

Capítulo 2 – Modelagem Analítica do Deslocamento Imiscível 1-D

O problema do deslocamento imiscível de dois fluidos foi equacionado por Buckley-Leverett (1942) para o fluxo linear em um meio poroso homogêneo com seção constante. Este problema pode ser descrito tomando-se um corpo como o apresentado na Figura 2.1, de porosidade ϕ , permeabilidade κ , comprimento L e área transversal $A_c = h \cdot \Delta y$.

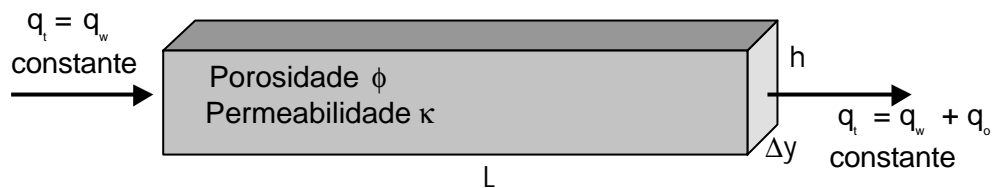


Figura 2.1 - Esquema de injeção de água em um corpo poroso

Tome-se o corpo da Figura 2.1 inicialmente com os poros totalmente preenchidos com óleo, exceto pela saturação de água imóvel aprisionada que recobre os grãos (S_{wi}). Injeta-se água de viscosidade m_w em uma das extremidades do corpo poroso e recupera-se inicialmente óleo de viscosidade m_o na outra extremidade, seguido da produção simultânea de óleo e água. Durante o deslocamento os poros estarão preenchidos apenas por óleo e água, e de acordo com a equação 2.1

$$S_o + S_w = 1. \quad (2.1)$$

Admitindo-se que todo o óleo presente na amostra de rocha pode ter contato com a água injetada, mede-se a eficiência de deslocamento do óleo pela água pela equação 2.2

$$E_D = \frac{N_p}{VOIP}, \quad (2.2)$$

onde o termo N_p é a quantidade de óleo recuperada, e $VOIP$ é o volume de óleo existente inicialmente no interior do corpo poroso, e é igual ao volume poroso vezes a saturação inicial de óleo. No caso mais geral, onde o fluxo ocorre em várias direções, considera-se como $VOIP$ apenas o óleo contatado pelo agente deslocante

(água) nos poros da rocha, isto é, o volume de óleo existente inicialmente na região invadida pela água. Num ambiente com mais de uma direção existem diversas linhas de fluxo, porém no caso de fluxo linear definido no estudo de Buckley-Leverett (1942) existe uma linha de fluxo apenas.

O objetivo principal do estudo de deslocamento é maximizar, de forma econômica, o valor da eficiência de deslocamento E_D . Esta eficiência é função da razão de mobilidades dos fluidos concorrentes, como se verá mais adiante.

A teoria básica do deslocamento de fluidos imiscíveis apresentada por Buckley-Leverett (1942) apresenta as seguintes condições físicas:

- Deslocamento unidimensional
- Meio poroso homogêneo
- Fluidos imiscíveis
- As forças capilares são negligenciadas
- As forças gravitacionais são desprezadas.

São três as forças que agem no meio poroso: gravitacional, capilar e viscosa. A força gravitacional atua sobre a diferença de densidade dos fluidos, forçando os mais leves a ocupar as porções mais altas do reservatório. Já as forças capilares dizem respeito a fenômenos de atração rocha/fluido e são ligadas aos fenômenos da molhabilidade. A pressão capilar implica que o fluido molhante tende a penetrar a região ocupada pelo fluido não molhante, e sua atuação será tão mais intensa quanto menores forem as gargantas de poros da rocha e a molhabilidade da rocha a este fluido. Numa amostra de rocha de pequenas dimensões, para ensaio de laboratórios, este efeito será mais relevante que num estudo de campo, onde as dimensões envolvidas são bem maiores. As forças gravitacional e capilar podem ser desprezadas, sob determinadas condições, no fluxo de dois fluidos imiscíveis no meio poroso. O fluxo fracionário aqui estudado resume-se aos efeitos das forças viscosas, responsáveis pela perda de carga durante o deslocamento e o transporte de quantidade de movimento. As forças viscosas são forças associadas ao movimento, à dinâmica do deslocamento estudado. Desta forma pode-se considerar

que o fluxo dos fluidos é difuso. Entenda-se por fluxo difuso que as saturações dos fluidos em qualquer seção transversal ao fluxo seja uniformemente distribuída com relação à espessura. Em outras palavras, não existe a segregação ou concentração dos fluidos em partes do meio poroso. (Dake, 1978).

Considerando que o fluxo é incompressível, a vazão total dos fluidos em qualquer seção transversal ao fluxo é definida pela equação 2.3

$$q_t = q_o + q_w = q_i, \quad (2.3)$$

onde q_t é a vazão total dos fluidos, q_o é a vazão do óleo e q_w a vazão da água, q_i é vazão de água injetada.

Denomina-se fluxo fracionário ao fluxo simultâneo de fluidos por uma seção transversal, definido pela equação 2.4

$$f_w = \frac{q_w}{q_o + q_w}, \quad (2.4)$$

onde $q_o + q_w = q_t$.

Pela lei de Darcy generalizada para o fluxo multifásico, tem-se as vazões dos fluidos definidas pela equação 2.5 e a equação 2.6,

$$q_o = -\frac{k \cdot k_{ro} \cdot A_c \cdot r_o}{m_o} \cdot \frac{\partial \Phi_o}{\partial x} = -\frac{k \cdot k_{ro} \cdot A_c}{m_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} + r_o \cdot g \cdot \text{sen} \mathbf{q} \right) \quad (2.5)$$

$$q_w = -\frac{k \cdot k_{rw} \cdot A_c \cdot r_w}{m_w} \cdot \frac{\partial \Phi_w}{\partial x} = -\frac{k \cdot k_{rw} \cdot A_c}{m_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial x} + r_w \cdot g \cdot \text{sen} \mathbf{q} \right), \quad (2.6)$$

onde k é a permeabilidade absoluta da rocha, k_{ro} e k_{rw} são as permeabilidades relativas ao óleo e à água na seção observada, A_c é a área transversal ao fluxo do meio poroso, r_o e r_w são as densidades do óleo e da água, Φ_o e Φ_w são os potenciais do óleo e da água, g é a aceleração da gravidade e \mathbf{q} a inclinação do corpo rochoso em relação ao plano horizontal.

A permeabilidade relativa é uma função das saturações dos fluidos, e é expressa por uma curva como a da figura 2.2 que pode ser aproximada por um modelo de potência, como expresso na equação 2.7.

$$\begin{cases} k_{rw} = k_{rw}^0 \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^a \\ k_{ro} = k_{ro}^0 \left(\frac{1 - S_{or} - S_w}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^b \end{cases} \quad (2.7)$$

onde S_{or} é a saturação de óleo residual, S_{wi} é a saturação de água irreduzível, e os expoentes a e b são constantes de forma. Os modelos de potência representam com bastante precisão os valores de permeabilidade relativa medidos em laboratório.

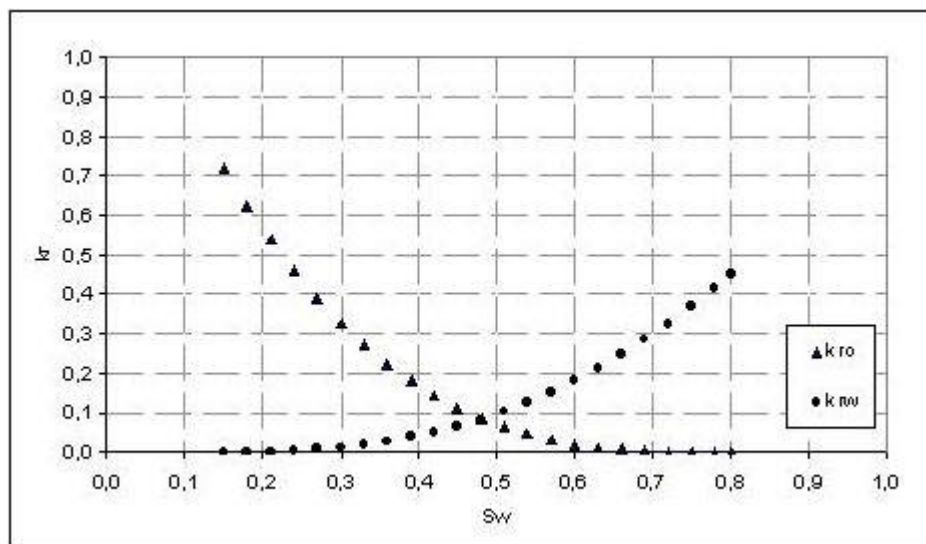


Figura 2.2 – Gráfico típico de permeabilidade relativa óleo/água

Subtraindo a equação 2.6 da equação 2.5, aparecerão os termos relativos à pressão capilar e às forças gravitacionais. Dake (1978) mostra de forma bastante didática estes passos citados. Como dito anteriormente, estes termos são negligenciados para que sobreponha apenas os efeitos viscosos. Então:

$$p_o = p_w = p \quad \text{e} \quad q = 0.$$

Reescrevendo a equação 2.4 a partir da equação 2.5 e da equação 2.6 teremos a equação 2.8 do fluxo fracionário para uma seção transversal ao fluxo:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{m_w}{k_{rw}(S_w)} \cdot \frac{k_{ro}(S_w)}{m_o}} \quad (2.8)$$

Importante destacar que, enquanto a curva de permeabilidade relativa é função apenas da saturação dos fluidos, a do fluxo fracionário é função da saturação dos fluidos e também da viscosidade dos mesmos, e que a viscosidade é função da pressão e da temperatura. Portanto a curva de fluxo fracionário pode variar ao longo da linha de fluxo, então se faz necessário adotar a hipótese simplificadora que a viscosidade se mantém constante ao longo de toda a linha de fluxo estudada. A curva de fluxo fracionário é apresentada na figura 2.3.

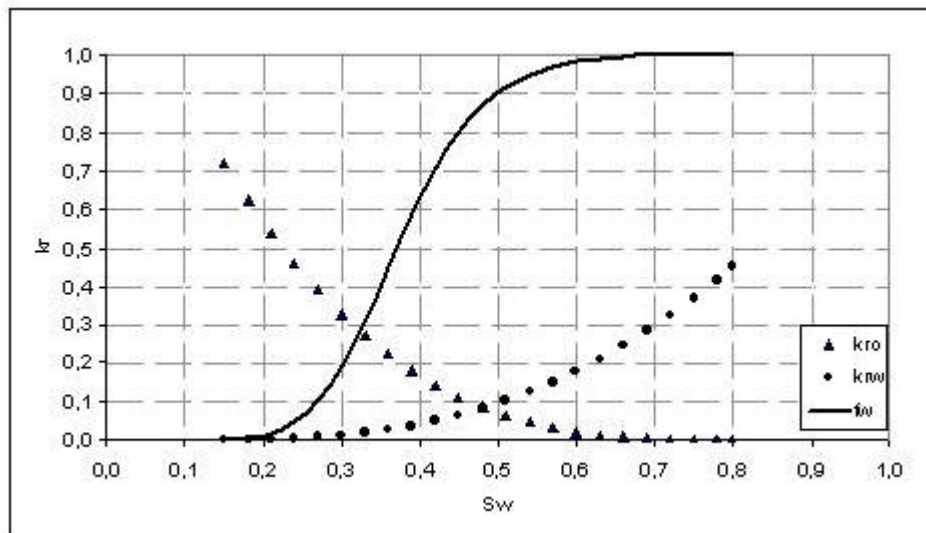


Figura 2.3 – Curva de fluxo fracionário

A solução de Buckley-Leverett (1942) determina a velocidade de um plano de saturação de água S_w constante atravessando um sistema poroso linear, conforme se demonstra na figura 2.4

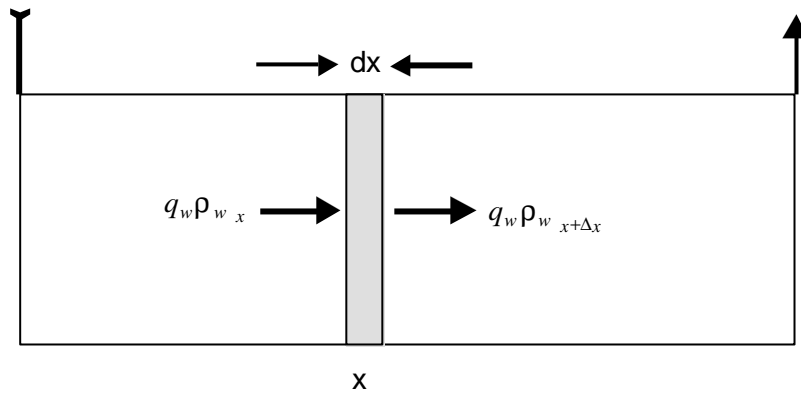


Figura 2.4 – Seção esquemática de amostra de rocha com fluxo fracionário imiscível

O balanço de massa para a água é dado pela equação 2.9:

$$q_w \mathbf{r}_w|_x - q_w \mathbf{r}_w|_{x+\Delta x} = A_c \cdot \mathbf{f} \cdot dx \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{r}_w \cdot S_w) \quad (2.9)$$

Trabalhando a expressão, teremos:

$$q_w \mathbf{r}_w|_x - \left(q_w \mathbf{r}_w|_x + \frac{\partial}{\partial x} (q_w \mathbf{r}_w) dx \right) = A_c \cdot \mathbf{f} \cdot dx \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{r}_w \cdot S_w)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (q_w \mathbf{r}_w) = -A_c \cdot \mathbf{f} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{r}_w \cdot S_w) \quad (2.10)$$

A equação 2.10 é a equação da continuidade para a água, que pode ser considerada incompressível ($\mathbf{r}_w \approx \text{constante}$). Então vem a equação 2.11

$$\frac{\partial q_w}{\partial x} \Big|_t = -A_c \cdot \mathbf{f} \cdot \frac{\partial S_w}{\partial t} \Big|_x \quad (2.11)$$

O fluxo fracionário ou a vazão de água numa seção do meio poroso é função da saturação conforme visto na equação 2.8. Então se tem a equação 2.12:

$$\frac{\partial q_w}{\partial x} \Big|_t = \left(\frac{\partial q_w}{\partial S_w} \cdot \frac{\partial S_w}{\partial x} \right) \Big|_t \quad (2.12)$$

O diferencial total da saturação de água é dado por

$$dS_w = \frac{\partial S_w}{\partial x} \Big|_t dx + \frac{\partial S_w}{\partial t} \Big|_x dt$$

Analisando o movimento de um plano com saturação de água constante $dS_w = 0$, teremos a equação 2.13:

$$\left. \frac{\partial S_w}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial S_w}{\partial x} \right|_t \left. \frac{dx}{dt} \right|_{S_w} \quad (2.13)$$

Substituindo a equação 2.12 e equação 2.13 na equação 2.11, teremos a equação 2.14

$$\left. \frac{\partial q_w}{\partial S_w} \right|_t = -A_c \cdot f \cdot \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{S_w} \quad (2.14)$$

Redefinindo a vazão da água da equação 2.14 pela expressão do fluxo fracionário dada na equação 2.8, obtém-se a equação 2.15, de Buckley-Leverett (1942):

$$v_{S_w} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{S_w} = \frac{q_t}{A_c \cdot f} \cdot \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} \quad (2.15)$$

A equação de Buckley-Leverett (1942) determina que a velocidade de um plano de saturação de água constante é proporcional à derivada da curva de fluxo fracionário da água pela saturação da água. A figura 2.5 mostra o formato desta derivada.

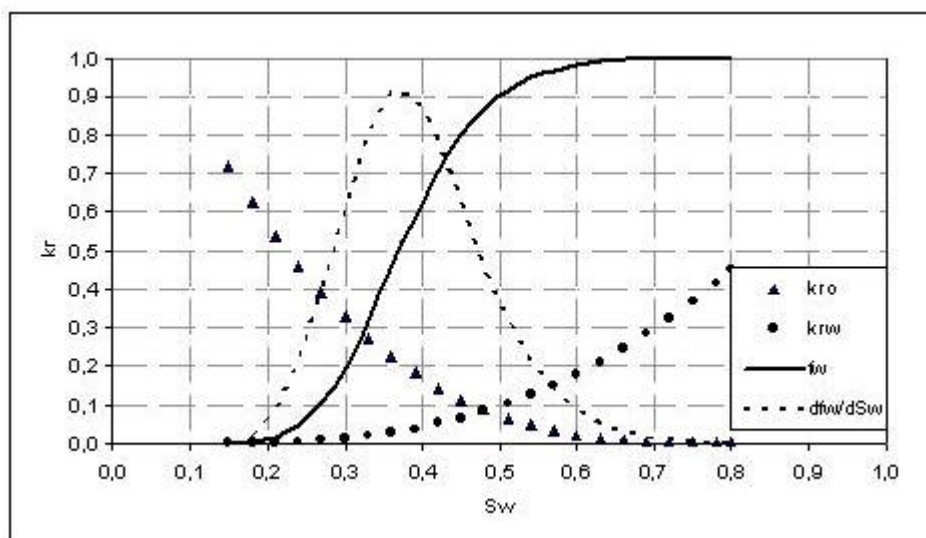


Figura 2.5 - Gráfico da derivada do fluxo fracionário da água

A equação de Buckley-Leverett (1942) permite ainda calcular o perfil de saturação de água no interior do interior do meio poroso, dado pela equação 2.16

$$x_{S_w} = \frac{1}{A_c \cdot f} \frac{df_w}{dS_w} \cdot \int_0^t q_t dt$$

$$x_{S_w} = \frac{W_i}{A_c \cdot f} \frac{df_w}{dS_w} \Big|_{S_w} \quad (2.16)$$

A equação 2.16 mostra que o perfil da água também é diretamente proporcional à derivada do fluxo fracionário da água na saturação e a ao volume injetado. O formato da derivada, mostrado na figura 2.5, é o do perfil de saturações no interior do meio poroso. A interpretação física correta, entretanto, requer a mudança dos eixos da função. Matematicamente a posição x do plano de saturação é função da saturação S_w , mas fisicamente a saturação S_w deveria ser função do afastamento ao ponto de injeção do fluido deslocante. A figura 2.6 demonstra a questão.

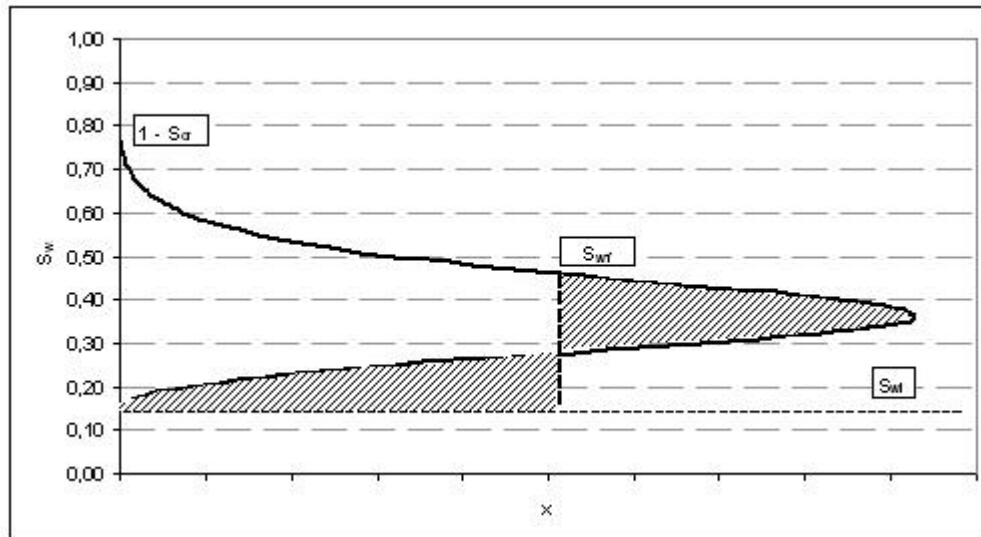


Figura 2.6 - Distribuição da saturação de água injetada

O resultado acima contém uma impossibilidade física, a coexistência de três valores distintos para a saturação em uma determinada posição dentro da zona invadida pela água injetada. Esta questão não ficou bem explicada à época, mas Buckley-Leverett (1942) propuseram como solução a existência de uma frente de

choque ou avanço da água, de valor S_{wf} . O valor desta frente seria determinado pela igualdade das duas áreas destacadas, honrando o volume de água injetado.

O cálculo das áreas destacadas exige uso de métodos numéricos, um grande complicador para os recursos computacionais da década de 40. Welge apresentou em 1952 uma solução gráfica o problema de fluxo fracionário da água.

A solução apresentada por Welge (1952) pode obtida a partir da equação 2.15 de Buckley-Leverett (1942). Segundo o raciocínio proposto por Welge (1952), após um intervalo de tempo t haverá uma região invadida $x_{S_{wf}}$ pela água injetada conforme definido na equação 2.17:

$$x_{S_w} = v|_{S_{wf}} \cdot t \quad (2.17)$$

Utilizando os conceitos da Equação de Balanço de Materiais (EBM), neste instante t a região invadida $x_{S_{wf}}$ estará saturada de água a uma saturação média S_{wm} . A EBM para a região invadida de água é expressa na equação 2.18:

$$S_{wm} \cdot x_{S_{wf}} \cdot A \cdot \mathbf{f} = \int_0^t q_t dt \quad (2.18)$$

A figura 2.7 ilustra o raciocínio:

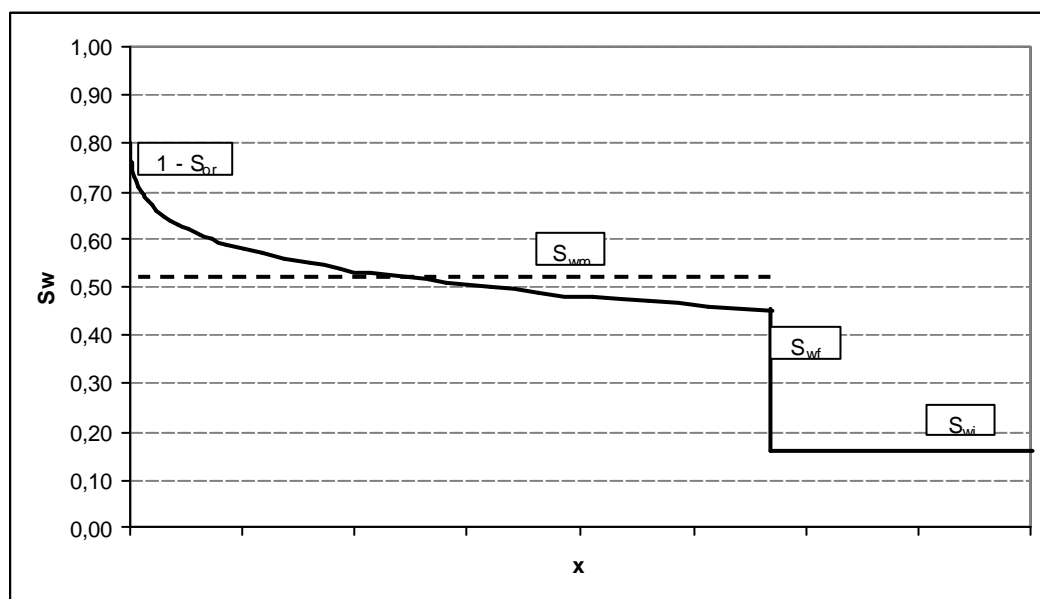


Figura 2.7 - Gráfico de saturação média na região invadida pela água injetada

A equação 2.16 permite uma decomposição importante: o formato do perfil da frente é definido pelo termo da derivada do fluxo fracionário pela saturação de água, $\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w}$, e desde que a viscosidade se mantenha constante o perfil de saturações na região invadida será constante, e o comprimento da região invadida será determinado pelo termo do volume injetado $\frac{W_i}{A_c \cdot \mathbf{f}}$. Para um esquema de vazão q_i constante, à medida que o volume injetado aumenta este perfil vai se alongando. A determinação do comprimento da região invadida $x_{S_{wf}}$ é obtida diretamente da equação 2.17, como demonstrado na equação 2.19:

$$x_{S_{wf}} = \frac{W_i}{A_c \cdot \mathbf{f}} \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}} \quad (2.19)$$

Dividindo-se a equação 2.16 pelo comprimento da zona total invadida pela água injetada, $x_{S_{wf}}$, dado pela da equação 2.19, tem-se:

$$\frac{x_{S_w}}{x_{S_{wf}}} = \frac{W_i}{x_{S_{wf}} \cdot A_c \cdot \mathbf{f}} \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} \quad (2.20)$$

A quantidade de água que se acumula na região invadida é expressa na equação 2.21:

$$\frac{W_i}{x_{S_{wf}} \cdot A_c \cdot \mathbf{f}} = S_{wm} - S_{wi} \quad (2.21)$$

Substituindo a equação 2.21 na equação 2.20, teremos a equação 2.22

$$x_D = \frac{x_{S_w}}{x_{S_{wf}}} = (S_{wm} - S_{wi}) \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} \quad (2.22)$$

A equação 2.22 é definitiva quanto à interpretação aqui introduzida: o perfil de saturação manterá sempre o mesmo formato, apenas se alongando. Obviamente esta interpretação só é válida até o instante de erupção da água, quando a região invadida é igual ao comprimento da amostra de rocha.

A solução de Welge pode ser obtida quando $x_{S_w} = x_{S_{wf}}$ é aplicado à equação 2.22.

$$1 = (S_{wm} - S_{wi}) \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}} \quad \text{ou} \quad \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}} = \frac{1}{(S_{wm} - S_{wi})} \quad (2.23)$$

A equação 2.23 é a solução apresentada por Welge (1952) ao problema equacionado por Buckley-Leverett (1942). O procedimento proposto por Welge (1952) está ilustrado na figura 2.8, e pode ser assim descrito:

1. Dada a curva de permeabilidade relativa, plotar o gráfico de fluxo fracionário f_w dada pela equação 2.8;
2. Traçar uma reta tangente à curva de fluxo fracionário e que contenha o ponto $(S_{wi}, k_{rw} = 0.0)$
3. A saturação de água da frente de choque é obtida no ponto de tangência da reta com a curva de f_w ; o ponto onde esta reta tangente tem valor $f_w = 1.0$ determina a saturação média de água na região invadida.

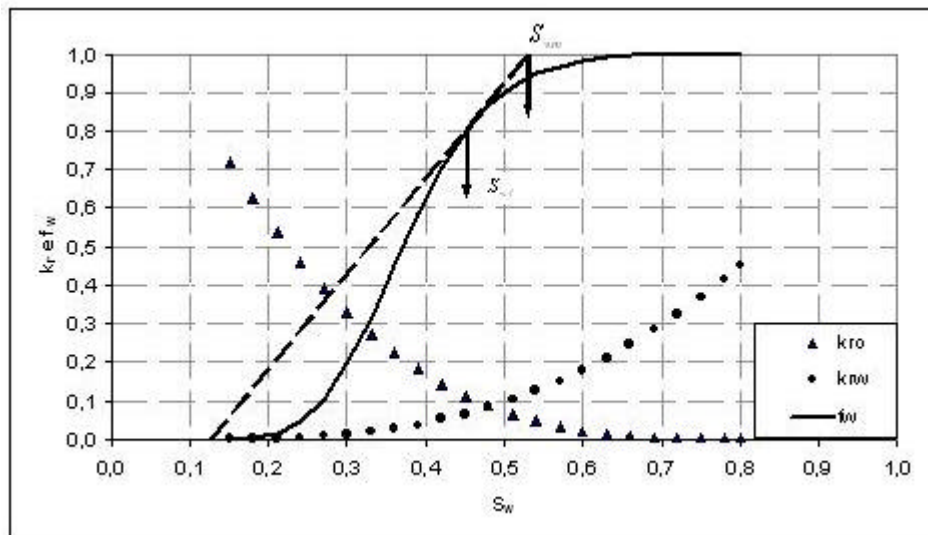


Figura 2.8 – Solução da equação de Buckley-Leverett (1942) por Welge (1953)

Observa-se então que o domínio da saturação de água se restringe ao intervalo $[S_{wf}, 1 - S_{or}]$. Este conceito nos será bastante útil, mais adiante, quando se

falar do campo de soluções para o problema da dispersão numérica tratado neste trabalho.

A solução de Welge (1952) permite calcular a saturação média de água S'_{wm} no meio poroso linear no intervalo $0 < x_D < 1.0$ conforme a expressão equação 2.24 apresentada em Dake (1978):

$$S'_{wm} = S'_w + \frac{1 - f'_w}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S'_w}} \quad (2.24)$$

A equação de Buckley-Leverett (1942) permite também calcular analiticamente uma curva de produção de água no ensaio de deslocamento imiscível de fluidos. Retomando a equação 2.16 de velocidade de Buckley-Leverett (1942), pode-se calcular o volume de água injetado no tempo de erupção da água de acordo com a equação 2.25.

$$t_{BT} = \frac{L}{v_{S_{wf}}} = L \cdot \frac{A \cdot \mathbf{f}}{q_t} \cdot \frac{1}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}}} \quad (2.25)$$

Como o volume poroso da amostra de rocha é determinado por $VP = L \cdot A \cdot \mathbf{f}$, pode-se calcular a fração do volume poroso ocupado pela água injetada pela equação 2.26:

$$VPI = \frac{W_i}{L \cdot A \cdot \mathbf{f}} = \frac{q_t \cdot t_{BT}}{L \cdot A \cdot \mathbf{f}} \quad (2.26)$$

Substituindo equação 2.26 na equação 2.25, calcula-se a fração do volume poroso invadido no instante de erupção da água, através da equação 2.27:

$$VPI = \left(\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}} \right)^{-1} \quad (2.27)$$

O cálculo de evolução da fração de água recuperada pode ser obtido com uma pequena manipulação da equação de velocidades de Buckley-Leverett (1942).

Basta multiplicar ambos os lados da equação 2.15 por $\frac{t}{L}$, onde t é o tempo que o plano de saturação S_w leva para percorrer a distância L .

$$\frac{v_{S_w} \cdot t}{L} = \frac{t \cdot q_t}{L \cdot A \cdot f} \cdot \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} = \frac{W_i}{L \cdot A \cdot f} \cdot \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} = VPI \cdot \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w}$$

mas $\frac{v_{S_w} \cdot t}{L} = 1$, então

$$VPI \cdot \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} = 1 \quad \text{ou} \quad VPI = \left(\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} \right)^{-1} \quad (2.28)$$

A equação 2.28 determina a quantidade de volumes porosos injetados necessários para que o plano de saturação S_w chegue na extremidade produtora da amostra de rocha. A produção de água relativa a esta curva de permeabilidade relativa é obtida tomando-se os valores de $f_w(S_w)$ calculados com a equação 2.8 e os valores de VPI calculados com a equação 2.28. Um gráfico como o da figura 2.9 poderá ser assim analiticamente obtido.

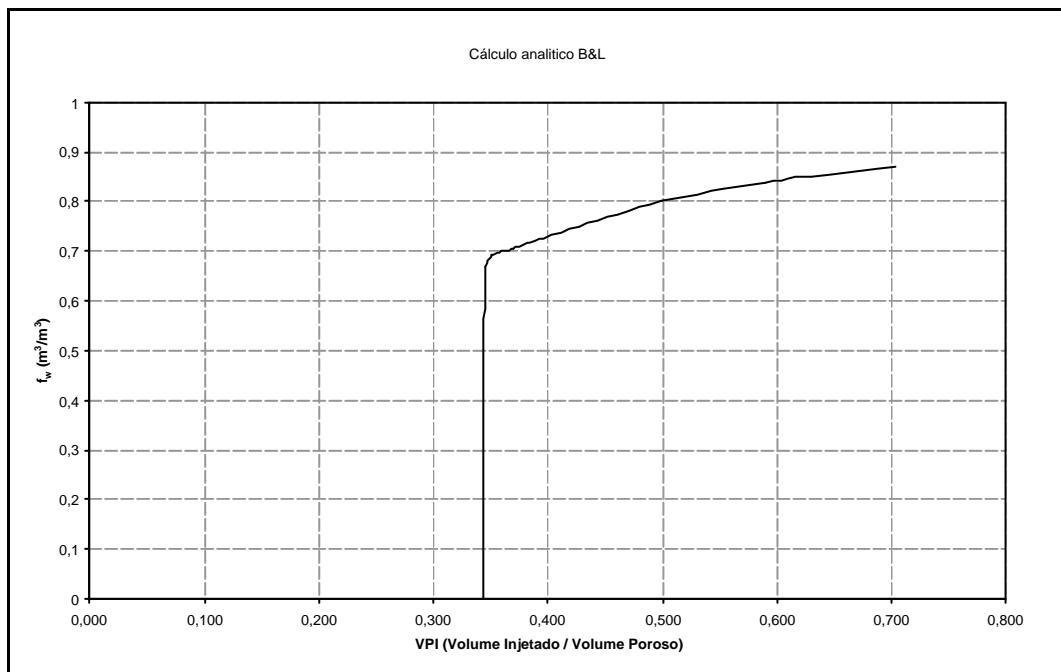


Figura 2.9 – Produção prevista de água no problema de Buckley-Leverett (1942)

Como pode novamente ser constatado, nem a equação 2.27 nem a equação 2.28 sofrem influência do tempo ou da vazão de injeção. Isto resulta da hipótese matemática adotada de somente haverem forças viscosas atuando no meio poroso, daí podermos concluir pela manutenção do formato do perfil de saturação na região invadida. Essa abstração matemática que se faz necessária para o devido entendimento dos efeitos viscosos deve ser contudo bem compreendida, para não se chegar a conclusões fisicamente absurdas. Por exemplo, matematicamente se conclui que, interrompida a injeção, o perfil de saturação de água se mantém inalterado no meio poroso, já que não existem outras forças para redistribuir os fluidos. Rapoport e Leas (1953) definiram condições experimentais para se obter em ensaios de laboratório um perfil de saturações próximo ao idealizado, como função de uma velocidade mínima que mantenha o domínio das forças viscosas no processo, também influenciada pelo comprimento da amostra de rocha e a viscosidade da água injetada.

Ainda sobre a eficiência de deslocamento E_D , definida na equação 2.2, podemos concluir que a água injetada oferece dois mecanismos de recuperação: o óleo que está à frente da zona invadida vai sendo empurrado num mecanismo semelhante ao fluxo pistão, e na região invadida o óleo vai sendo deslocado por efeito viscoso com a água, semelhante a um mecanismo de lavagem. Quanto maior for a saturação da frente de choque, melhor será a eficiência de deslocamento. Por isso, quanto maior for o VPI relativo ao tempo de erupção da água, melhor será a eficiência de deslocamento medida, e também maior será o valor do f_w neste instante. No caso de fluxo pistão a eficiência de deslocamento E_D da água é máxima, e no instante de erupção da água teremos

$$\begin{cases} VPI = 1 - S_{w_i} - S_{o_r} \\ f_w = 1 \end{cases}$$

Quanto menor for a saturação de água da frente de choque mais rápido ocorrerá a erupção da água injetada, e conseqüentemente menor serão os valores de VPI e f_w observados neste instante.

Deve-se por fim destacar que a solução obtida por Buckley-Leverett (1942) determina que, na região invadida, o domínio da saturação de água é $[S_{wf}, 1 - S_{or}]$, e que somente neste domínio se verificam os efeitos de deslocamento por viscosidade estudados (região do fluxo fracionário). Esta observação se fará bastante útil mais à frente, quando for apresentado o estudo de soluções para o problema.

Capítulo 3 – Tratamento numérico do fluxo em meio poroso

Com o desenvolvimento dos computadores a partir da década de 50, vários problemas matemáticos de difícil solução analítica puderam ser resolvidos numericamente. No caso dos reservatórios de petróleo, os modelos analíticos permitem que sejam feitas análises de comportamento sob algumas formas geométricas clássicas (linear, cilíndrica e esférica) e homogeneidade das propriedades da rocha e do fluido. Os modelos numéricos se mostraram desde cedo mais adequados a estas análises por se adequarem melhor às formas geométricas dos reservatórios e incorporar a variação das propriedades da rocha e do fluido. O reservatório é dividido em blocos de simulação, cada qual caracterizado com as propriedades médias da rocha e do fluido na região ocupada. Os simuladores de fluxo mais comerciais se baseiam em métodos de diferenças finitas de controle de volumes, cuja sigla em inglês é *CVFD*, aos quais se referem as equações e raciocínios apresentados neste trabalho.

As equações usadas nos modelos isotérmicos de fluxo combinam a conservação de massa com a Lei de Darcy. Nos casos em que haja variação de temperatura, acrescentam-se equações de conservação de energia. Para o propósito deste trabalho o modelo adotado é isotérmico.

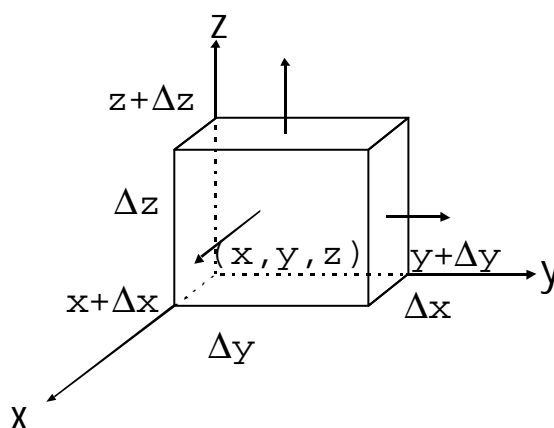


Figura 3.1 – Esquema de bloco de simulação e orientação de eixos

Tomando como base o elemento de controle da Figura 3.1, podemos aplicar a equação 3.1 da conservação de massa para fluxo monofásico:

$$(\text{massa que entra})_{\Delta t} - (\text{massa que sai})_{\Delta t} + (\text{fonte/sumidouro})_{\Delta t} = (\text{acumulação})_{\Delta t}$$

$$\left[\left(-\mathbf{r}q|_{x+\Delta x} - \mathbf{r}q|_{y+\Delta y} - \mathbf{r}q|_{z+\Delta z} \right) + \left(\mathbf{r}q|_x + \mathbf{r}q|_y + \mathbf{r}q|_z \right) \right] \Delta t + \mathbf{w}_{xyz} \cdot \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t = \Delta x \Delta y \Delta z \left(\mathbf{r}f|_{t+\Delta t} - \mathbf{r}f|_t \right) \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{w}_{xyz} = \frac{\text{massa}}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta t}$ é um termo relativo à fonte/sumidouro (ocorrência de poço, por exemplo).

Desenvolvendo a equação 3.1 teremos:

$$\left[\left(\mathbf{r}q|_{x+\Delta x} - \mathbf{r}q|_x \right) - \left(\mathbf{r}q|_{y+\Delta y} - \mathbf{r}q|_y \right) - \left(\mathbf{r}q|_{z+\Delta z} - \mathbf{r}q|_z \right) \right] \Delta t + \mathbf{w}_{xyz} \cdot \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t = \Delta x \Delta y \Delta z \left(\mathbf{r}f|_{t+\Delta t} - \mathbf{r}f|_t \right)$$

$$-\frac{\mathbf{r}q|_{x+\Delta x} - \mathbf{r}q|_x}{\Delta x \Delta y \Delta z} - \frac{\mathbf{r}q|_{y+\Delta y} - \mathbf{r}q|_y}{\Delta x \Delta y \Delta z} - \frac{\mathbf{r}q|_{z+\Delta z} - \mathbf{r}q|_z}{\Delta x \Delta y \Delta z} + \mathbf{w}_{xyz} = \frac{\mathbf{r}f|_{t+\Delta t} - \mathbf{r}f|_t}{\Delta t}$$

Aplicando a equação de Darcy

$$\begin{cases} v_x = -\frac{k_x}{\mathbf{m}} \frac{\partial p}{\partial x} \\ v_y = -\frac{k_y}{\mathbf{m}} \frac{\partial p}{\partial y} \\ v_z = -\frac{k_z}{\mathbf{m}} \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases}$$

para a direção x , y e z teremos

$$-\frac{v\mathbf{r}|_{x+\Delta x} - v\mathbf{r}|_x}{\Delta x} - \frac{v\mathbf{r}|_{y+\Delta y} - v\mathbf{r}|_y}{\Delta y} - \frac{v\mathbf{r}|_{z+\Delta z} - v\mathbf{r}|_z}{\Delta z} + \mathbf{w}_{xyz} = \frac{\mathbf{r}f|_{t+\Delta t} - \mathbf{r}f|_t}{\Delta t}$$

Tomando o limite de $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$ e $\Delta z \rightarrow 0$, num regime contínuo, obteremos a forma diferencial da equação para um meio contínuo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mathbf{r} \frac{k_x}{\mathbf{m}} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mathbf{r} \frac{k_y}{\mathbf{m}} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mathbf{r} \frac{k_z}{\mathbf{m}} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + q_v \mathbf{r} = \mathbf{f} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \mathbf{r} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} \quad (3.2)$$

e q_v é o termo fonte/sumidouro.

Considerando que não ocorrem fortes gradientes de pressão no elemento de controle, é possível admitir que a densidade r não varia entre as faces deste elemento de controle. A densidade r é uma função da pressão, e sua variação pode ser expressa por:

$$r = \frac{1}{c_f} \cdot \frac{\partial r}{\partial p}, \text{ onde } c_f \text{ é a compressibilidade do fluido, e a porosidade pode ser}$$

expressa por

$$f = \frac{1}{c_r} \cdot \frac{\partial f}{\partial p}, \text{ onde } c_r \text{ é a compressibilidade da rocha.}$$

Assim, a equação 3.2 se desenvolverá:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + q_v = \frac{f}{r} \frac{\partial r}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + q_v = f c_f \frac{\partial p}{\partial t} + f c_r \frac{\partial p}{\partial t},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{m} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + q_v = f c_t \frac{\partial p}{\partial t},$$

sendo $c_t = c_f + c_r$ a compressibilidade total do sistema. Considerando um bloco onde não haja fonte sumidouro ($q_v = 0$), que o bloco seja isotrópico e homogêneo ($k_x = k_y = k_z = \text{constante}$), e que a variação de viscosidade m seja desprezível, obtemos a equação 3.3 - a equação da difusividade para fluxo monofásico.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{h_o} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.3)$$

sendo $h_o = \frac{k_o}{f c_t m_b}$ é o coeficiente de difusão hidráulica.

Para o caso mais geral, de fluxo multifásico, utiliza-se o sistema de equações 3.4:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left[f \left(\frac{R_s S_o}{B_o} + E_g S_g \right) \right] + R_s q_o + q_g - \nabla \left[\frac{R_s I_o}{B_o} k (\nabla p_o - r_o \bar{g}) + E_g I_g k (\nabla p_g - r_g \bar{g}) \right] &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{f S_w}{B_w} \right] + q_w - \nabla \left[\frac{I_w}{B_w} k (\nabla p_w - r_w \bar{g}) \right] &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{f S_o}{B_o} \right] + q_o - \nabla \left[\frac{I_o}{B_o} k (\nabla p_o - r_o \bar{g}) \right] &= 0
\end{aligned} \tag{3.4}$$

No sistema de equações 3.4 a primeira equação é da difusividade relacionada à fase gás, a segunda à água e a terceira ao óleo. O termo $E_g = 1/B_g$ é o coeficiente de expansão do gás livre (inverso do fator volumétrico). Os termos $I = k_r/m$ são a relação entre a permeabilidade relativa (que é função da saturação de fluido na região analisada) e a viscosidade de cada fluido. O termo R_s é a razão de solubilidade do gás, isto é, representa o volume de gás dissolvido na fase óleo @ (P_{res}, T_{res}) , porém medidos em condições de superfície.

As três equações de difusividade apresentadas acima apresentam a mesma forma, e podem ser escritas como na equação 3.5:

$$\frac{\partial}{\partial t} (A) + q - \nabla \cdot \{Tk(\nabla p - r\bar{g})\} = 0 \tag{3.5}$$

onde $A = \frac{fS}{B}$, é o termo de acumulação, $T = \frac{k_r}{Bm}$, é o termo de transmissibilidade relativa de cada fluido, k é a permeabilidade absoluta, p é a pressão da fase, r é a densidade do fluido, e \bar{g} é a aceleração da gravidade.

Considerando o fluxo horizontal, onde o gradiente gravitacional é zero, a equação 3.5 poderá ser descrita como

$$\frac{\partial}{\partial t} A = \nabla \cdot \{Tk\nabla p\} - q = D(p, S) - q \tag{3.6}$$

onde o termo $D(p, S) = \nabla \cdot \{Tk\nabla p\}$ representa a parcela de transmissão de fluxo entre células.

Existem dois métodos numéricos mais freqüentemente utilizados para solucionar as equações diferenciais parciais como a equação 3.6: diferenças finitas e

elementos finitos. A maioria dos simuladores comerciais utiliza o método de diferenças finitas, que são baseados em expansões da série de Taylor.

As expansões da Série de Taylor podem ser exemplificadas em um sistema unidimensional, onde sejam tomados três pontos de rede j adjacentes com os seguintes valores da função u_j .

$$\begin{aligned} u_j &= u(x_j) \\ u_{j+1} &= u(x_{j+1}) \\ u_{j-1} &= u(x_{j-1}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Os valores da função u_j estarão assim relacionados:

$$\begin{aligned} u_{j+1} &= u_j + u_j' \Delta x + u_j'' \frac{\Delta x^2}{2!} + u_j''' \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots \\ u_{j-1} &= u_j - u_j' \Delta x + u_j'' \frac{\Delta x^2}{2!} - u_j''' \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots \end{aligned} \quad (3.8)$$

Subtraindo uma da outra, teremos então:

$$u_j' = \frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{3!} u_j''' + \dots, \quad (3.9)$$

ou, de forma reduzida:

$$u_j' = \frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (3.10)$$

onde o termo $O(\Delta x^2)$ representa o erro de truncamento resultante da aproximação da solução do método de diferenças finitas ao da solução analítica da equação diferencial parcial.

Quanto a discretização espacial, existem dois métodos usualmente utilizados para produzir as equações de diferenças finitas. Na discretização pelo centro do bloco, os blocos são primeiro determinados e os pontos de análise são centrados nos blocos (Figura 3.2 e 3.3). Não se selecionam pontos nas fronteiras dos blocos extremos.

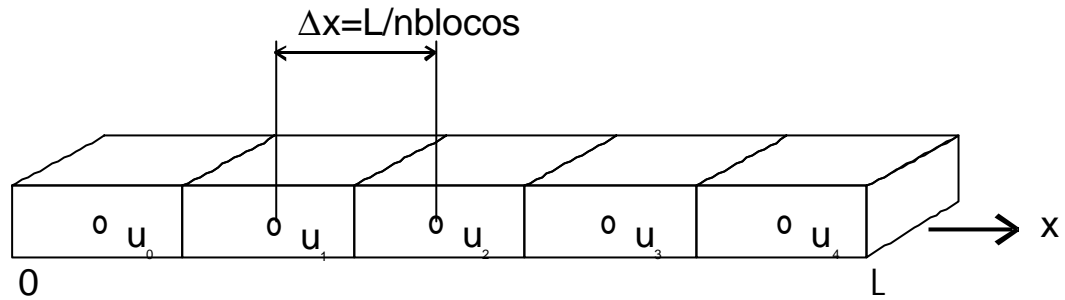


Figura 3.2 – Sistema de malha de bloco centrado

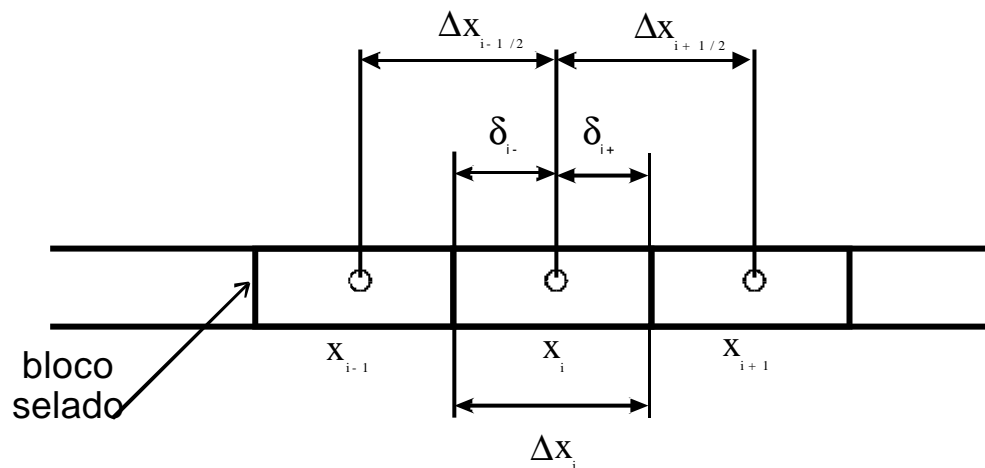


Figura 3.3 – Sistema de malha de bloco centrado

As derivadas espaciais ocorrem do lado direito da difusividade na equação 3.6. No caso de diferenças centradas nos blocos, a derivada espacial numérica da difusividade será descrita como a equação 3.11, para a direção x .

$$\begin{aligned}
 D(p, S) &= \nabla \cdot (T \cdot k \cdot \nabla p) \\
 &= \frac{1}{\Delta x_j} \left[T_{j-1/2} \cdot k_{j-1/2} \cdot \frac{(p_{j-1} - p_j)}{\Delta x_{j-1/2}} - T_{j+1/2} \cdot k_{j+1/2} \cdot \frac{(p_j - p_{j+1})}{\Delta x_{j+1/2}} \right] \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

com termos similares desenvolvidos para as direções y e z . Os termos $T_{j-1/2} \cdot k_{j-1/2}$, $T_{j+1/2} \cdot k_{j+1/2}$ são propriedades das fronteiras esquerda e direita do bloco, respectivamente.

À equação 3.11 pode ser dada uma interpretação física. Multiplicando ambos os lados da equação 3.6 pelo volume do bloco $\Delta x_j \Delta y_j \Delta z_j$, tem-se:

$$D(p, S) \Delta x_j \Delta y_j \Delta z_j = [\text{Fluxo que entra} - \text{Fluxo que sai}], \quad (3.12)$$

onde

$$\begin{aligned} [\text{Fluxo que entra}] &= \Delta y_j \Delta z_j T_{j-1/2} k_{j-1/2} \left(\frac{p_{j-1} - p_j}{\Delta x_{j-1/2}} \right) \\ [\text{Fluxo que sai}] &= \Delta y_j \Delta z_j T_{j+1/2} k_{j+1/2} \left(\frac{p_j - p_{j+1}}{\Delta x_{j+1/2}} \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

O erro de truncamento da variável espacial para o sistema de blocos centrados é dado pela equação 3.14.

$$\text{Erro de truncamento} = \frac{\Delta x_{j+1} - 2\Delta x_j + \Delta x_{j-1}}{4\Delta x_j} + O(\Delta x_j^2) \quad (3.14)$$

Em outra forma de discretização espacial do problema, definem-se pontos no espaço, sendo o primeiro e o último na fronteira do sistema, e depois se definem as fronteiras dos blocos na metade das distâncias entre os pontos definidos, como se vê na Figura 3.4 e 3.5.

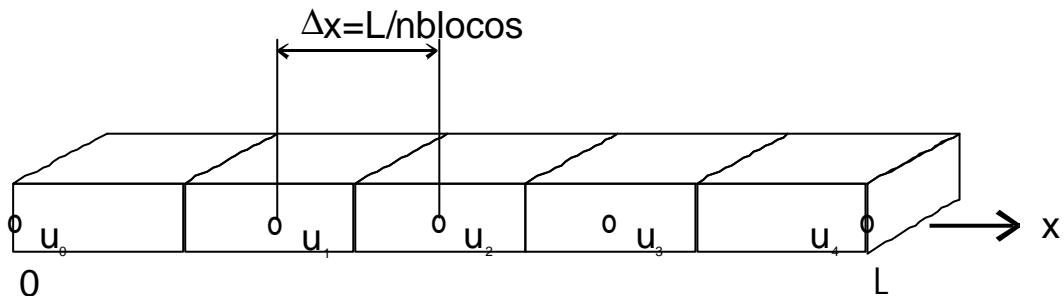


Figura 3.4- Sistema de malha de pontos definidos

A descrição numérica da expressão espacial da equação 3.6 poderá ser então descrita:

$$\begin{aligned} D(p, S) &= \nabla \cdot (T k \cdot \nabla p) \\ &= \frac{2}{\Delta x_{j+1/2} - \Delta x_{j-1/2}} \left[T_{j-1/2} k_{j-1/2} \cdot \frac{(p_{j-1} - p_j)}{\Delta x_{j-1/2}} - T_{j+1/2} k_{j+1/2} \cdot \frac{(p_j - p_{j+1})}{\Delta x_{j+1/2}} \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

O erro de truncamento para o sistema de pontos definidos é dado pela equação 3.16

$$\text{Erro de truncamento} = (\Delta x_{j+1/2} - \Delta x_{j-1/2}) + O(\Delta x_j^2) \quad (3.16)$$

É importante observar que o erro de truncamento no sistema de blocos centrados apresenta um termo $O(1)$, o que implica que deverá existir um erro finito quando $\Delta x \rightarrow 0$ em espaçamentos de malha irregular. Na prática, implica que se os blocos adjacentes não forem muito diferentes no tamanho, este erro também não será muito expressivo. É importante ainda destacar que em ambos os sistemas ocorrerão um erro de 2ª ordem em malha de espaçamento regular.

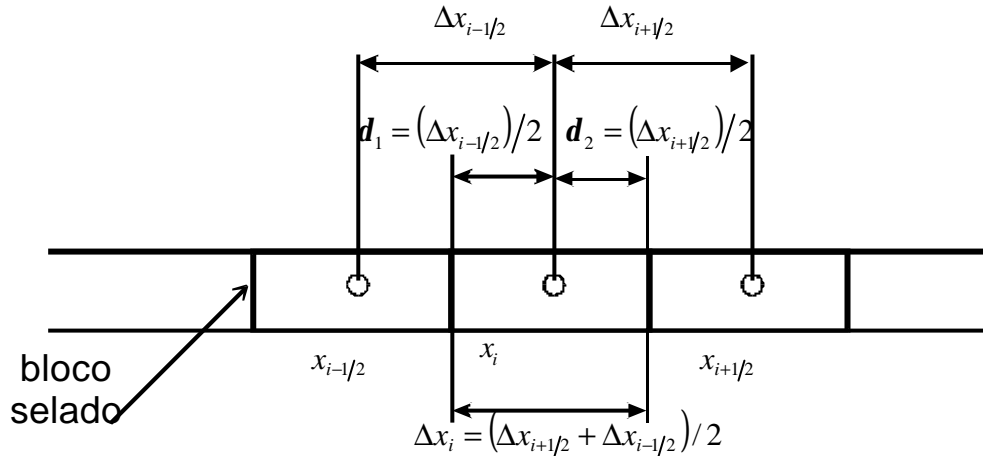


Figura 3.5 Sistema de malha de pontos definidos

Em ambos os sistemas os termos $k_{i+1/2}$ são estimados pela média harmônica da equação 3.17:

$$k_{j+1/2} = \frac{(\Delta x_j + \Delta x_{j+1})k_{j+1}k_j}{\Delta x_{j+1}k_j + \Delta x_j k_{j+1}} \quad (3.17)$$

A média harmônica corresponderá à queda de pressão obtida em regime permanente de fluxo. Quando ocorrer fluxo bifásico, a permeabilidade de cada componente deverá ser reduzida pela sua respectiva permeabilidade relativa. Determina-se o valor de $k_{rj+1/2}$ para a interface entre os blocos j e $j+1$, cujas saturações no intervalo de tempo N valem $S_{w_j}^N$ e $S_{w_{j+1}}^N$. Pode-se determinar o valor de $k_{rj+1/2}$ pela média aritmética das permeabilidades relativas de cada um dos blocos, ou a permeabilidade relativa da saturação média dos blocos. Este esquema é denominado ponderação de ponto central e apresenta uma solução matematicamente possível, mas fisicamente incorreta. Por essa razão, o esquema mais comumente utilizado é o de ponderação à montante, onde

$$k_{r_{j+1/2}} = \begin{cases} k_{r_i}(S_w) & , \text{ se } p_j^N > p_{j+1}^N \\ k_{r_i}(S_{w_{i+1}}) & , \text{ se } p_j^N < p_{j+1}^N \end{cases} \quad (3.18)$$

Quanto à discretização temporal, retornamos à equação 3.6 da difusividade

$$\frac{\partial}{\partial t} A = \nabla \cdot \{Tk\nabla p\} - q = D(p, S) - q$$

A variável tempo é discretizada pela equação 3.19.

$$\frac{A^{n+1} - A^n}{\Delta t} = (1 - \mathbf{q})\{D(p^{n+1}, S^{n+1}) - q^{n+1}\} + \mathbf{q}\{D(p^n, S^n) - q^n\} \quad (3.19)$$

onde \mathbf{q} é um ponderador. O erro de truncamento é:

$$\text{Erro de truncamento} = O\{(1/2 - \mathbf{q})\Delta t + \Delta t^2\} \quad (3.20)$$

O erro será minimizado para $\mathbf{q} = 1/2$. Essa aproximação é denominada método de Crank-Nicholson. Para $\mathbf{q} = 0$, a discretização é considerada completamente implícita (*fully implicit*). O método completamente implícito contém pressões e saturações desconhecidas, no nível de tempo $n + 1$. Isto significa que um conjunto de equações não lineares precisam ser resolvidas para determinar p^{n+1}, S^{n+1} .

Quanto à estabilidade numérica, os procedimentos como o estipulado na equação 3.19 são chamados métodos em marcha (*marching methods*), porque a solução no tempo $t = t^n$ precisa ser conhecida antes da solução avançar para o tempo $t = t^{n+1}$. A presença de erros computacionais pode determinar uma instabilidade numérica. Por exemplo, considerando a seguinte equação diferencial ordinária:

$$\frac{dy}{dx} = y - x$$

que possui a seguinte solução geral $y = Ae^x + (x + 1)$.

Se for dada a seguinte condição inicial, $y(0)=1$, a solução particular será:
 $y = x + 1$.

Se um pequeno erro $O(\epsilon)$ é introduzido em $x=0$, então a solução numérica será dada por $y = \epsilon.e^x + (x + 1)$, num erro introduzido na resposta, não importa quão pequeno seja ϵ . Todo o esquema que permite o crescimento de erros, é chamado de instável.

Para análise de estabilidade da equação 3.21 de Buckley-Leverett (1942), que define o deslocamento entre dois fluidos imiscíveis:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = v_t f'_w \frac{\partial S_w}{\partial x} \quad (3.21)$$

e , por simplificação, será assumido que $v_t f'_w = \text{constante}$.

A equação 3.21 de Buckley-Leverett (1942), poderá ser discretizada pelo método integral. Utilizando o sistema de blocos centrados, a taxa de acumulação no bloco i será dada pela equação 3.22:

$$\text{Variação na acumulação} = (S_w^{N+1} - S_w^N) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3.22)$$

onde será assumido que o espaçamento nas direções x , y e z é constante, e que $t = N\Delta t$. O fluxo de massa que entra pela face esquerda do bloco da Figura 3.3, em um intervalo de tempo Δt :

$$\text{Massa que entra} = \Delta t \Delta y \Delta z . v_t f'_w S_{w_{i-1/2}} \quad (3.23)$$

E a massa que sai pela face direita, neste mesmo intervalo de tempo Δt , é :

$$\text{Massa que sai} = \Delta t \Delta y \Delta z . v_t f'_w S_{w_{i+1/2}} \quad (3.24)$$

Conseqüentemente, a equação 3.21 de Buckley-Leverett (1942) poderá ser assim reescrita:

$$\Delta x \Delta y \Delta z (S_{w_j}^{N+1} - S_{w_j}^N) = \Delta t \Delta y \Delta z . v_t f'_w (S_{w_{j-1/2}} - S_{w_{j+1/2}}) \quad (3.25)$$

ou

$$S_{w_j}^{N+1} - S_{w_j}^N = \frac{\Delta t}{\Delta x} v_t f'_w (S_{w_{j-1/2}} - S_{w_{j+1/2}}) \quad (3.26)$$

Na equação 3.26 para Buckley-Leverett (1942) não está especificado em que nível de tempo a equação estaria referida, ou qual valor de $S_{w_{j+1/2}}$. O valor de $S_{w_{j+1/2}}$ será dado por:

$$S_{w_{j+1/2}} = \frac{S_{w_j} + S_{w_{j+1}}}{2}$$

que é uma média ponderada pelo ponto central j . Se o lado direito da equação 3.26 for estimado para o nível de tempo $t = N\Delta t$, então será explícita no tempo, e o esquema resultará:

$$S_{w_j}^{N-1} - S_{w_j}^N = v_t f'_w \frac{\Delta t}{\Delta x} (S_{w_{j-1}}^N - S_{w_{j+1}}^N) \quad (3.27)$$

Esta é uma aproximação explícita porque todos os termos do lado direito da equação estão estimados no nível de tempo N . A solução no nível de tempo $t = N\Delta t$ pode ser avançada para o nível de tempo $t = (N+1)\Delta t$, e a equação 3.27 terá um erro de truncamento de ordem $O(\Delta t + \Delta x^2)$. Para analisar a estabilidade deste esquema, faz-se necessário utilizar uma análise de estabilidade de Fourier. Este método de análise examina o comportamento de um pequeno erro quando o tempo se torna longo. Admita-se um erro devido a truncamento ou arredondamento para a série de Fourier conforme a equação 3.28.

$$\text{erro} = e^N \exp[\sqrt{-1} I_j \Delta x] \quad (3.28)$$

o qual é um componente de Fourier para um erro arbitrário. Substituindo este erro na equação 3.27, tem-se:

$$|e|^2 = 1 + \left(v_t f'_w \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \text{sen}^2(I \Delta x)$$

$|e|$ será > 1 para todos os valores de $I \frac{\Delta t}{\Delta x}$, desde que $I \neq 0$, $\Delta t \neq 0$, $\Delta x \neq 0$.

Conseqüentemente, a amplitude do erro quando $N \rightarrow \infty$ também tende ao infinito, ou, posto de outra forma, um pequeno erro se tornará desmedido com o número de intervalos de tempo se tornando maiores. Este esquema é incondicionalmente instável.

Considerando agora o esquema explícito para a equação 3.27, a qual usa um esquema de ponderação a montante da saturação, definido como

$$S_{w_{i+1/2}} = \begin{cases} S_{w_i} & \text{se } v_t f'_w > 0 \\ S_{w_{i+1}} & \text{se } v_t f'_w < 0 \end{cases}$$

Isto significa que a saturação é estimada à montante do ponto em questão. O esquema de ponderação à montante ficará então da seguinte forma:

$$S_{w_j}^{N+1} - S_{w_j}^N = v_t \frac{\Delta t}{\Delta x} f'_w (S_{w_{j-1}}^N - S_{w_j}^N) \quad (3.29)$$

e terá o seguinte um erro de truncamento $O(\Delta t + \Delta x)$.

Novamente assumindo um erro de truncamento apresentado na equação 3.28, então a condição de estabilidade para a equação 3.29 será

$$|e| < 1 \text{ se } v_t \frac{\Delta t}{\Delta x} f'_w < 1 \quad (3.30)$$

Desde que $|e| < 1$, o erro será minimizado quando $N \rightarrow \infty$. A condição de estabilidade $v_t \frac{\Delta t}{\Delta x} f'_w < 1$ tem uma interpretação física. Se f'_w é assumido como $O(1)$, então a equação 3.30 implica que não mais que um volume de fluido pode ser movimentado pela célula de simulação em um intervalo de tempo Δt , o que efetivamente coloca a condição no máximo intervalo de tempo, conseqüentemente a equação 3.29 é considerada condicionalmente estável. A equação 3.30 é também conhecida como uma condição de processamento.

Se uma aproximação totalmente implícita da equação 3.26 for usada, será usado o seguinte esquema:

$$S_{w_j}^{N+1} - S_{w_j}^N = \frac{\Delta t}{\Delta x} v_t f_w' (S_{w_{j-1/2}}^{N+1} - S_{w_{j+1/2}}^{N+1}) \quad (3.31)$$

O valor ainda desconhecido da saturação $S_{w_j}^{N+1}$ aparece em ambos os lados da equação 3.31 da continuidade, então um sistema de equações deve ser resolvido com o objetivo de avançar a solução um intervalo de tempo. Em consequência, um intervalo de tempo completamente implícito é mais trabalhoso que um intervalo explícito. Uma análise de estabilidade de Fourier mostra que um esquema totalmente implícito é estável para qualquer ponto central ou ponderação anterior de saturações.

Entretanto, pode ser demonstrado que usando uma ponderação de ponto médio na equação 3.32 dará uma resposta fisicamente incorreta. A resposta fisicamente correta para a equação 3.21 hiperbólica de Buckley-Leverett (1942) é dado pelo limite quando $a \rightarrow 0$ em:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = v_t f_w' \frac{\partial S_w}{\partial x} + a \frac{\partial^2 S_w}{\partial x^2} \quad (3.32)$$

O termo extra de difusividade apresentado na equação 3.32 em esquema de ponderação pelo bloco anterior tem erro de ordem $O(\Delta x)$, então a difusão desaparecerá no limite de malhas reduzidas. Entretanto, para as malhas de simulação usuais, o termo de difusividade pode distorcer as frentes de saturação. Este efeito é conhecido como dispersão numérica. Este é um tema de pesquisa contínua para desenvolvimento de métodos de diferenças finitas que promovam difusão suficiente à garantia da solução física correta, contudo não distorcendo as frentes de saturação desnecessariamente.

Como conclusão, o esquema de ponderação anterior é usualmente usado em simulação de reservatórios. O esquema de ponderação anterior garantirá que os esquemas de diferença finita convirjam à solução correta, e aqueles esquemas explícitos são pelo menos condicionalmente estáveis.

Capítulo 4 – Dispersão numérica

Define-se dispersão numérica como a diferença entre o resultado de uma equação obtido por solução numérica em relação ao resultado obtido de forma analítica. A dispersão numérica é devida ao nível de discretização espacial determinado para a solução dos problemas propostos. Nos tratamentos analíticos trabalha-se com elementos infinitesimais das equações diferenciais, e portanto suas soluções, quando possíveis, são consideradas mais precisas que nos métodos numéricos. As soluções numéricas, por sua vez, se mostram menos precisas que as analíticas, mas propiciam uma boa solução a problemas que não podem ser resolvidos analiticamente. A dispersão numérica é assim um fator intrínseco à solução numérica, diretamente relacionada à limitação computacional de se trabalhar com o maior número possível de blocos de simulação.

Nos simuladores numéricos de fluxo utilizados pela engenharia de reservatórios, alguns fenômenos estudados se mostram afetados pela dispersão numérica. Nos estudos do fluxo fracionário, por exemplo, onde o óleo geralmente é deslocado por água, observa-se uma dificuldade de reproduzir com mais fidelidade o avanço da água injetada no meio poroso, seja pela distribuição da frente de choque, seja pela distribuição de saturação no meio poroso. No espaço bi ou tridimensional, por exemplo, pode-se traçar analiticamente linhas de fluxo para a água a partir de superfícies equipotenciais geradas pelo gradiente de pressão induzido no meio poroso. Entretanto a geometria ortogonal da malha de simulação de fluxo apresenta limitações fundamentais a uma boa aproximação às linhas de fluxo calculadas.

Dake (1994) apresenta um exemplo bastante ilustrativo de simulação de fluxo pistão, no qual quando a água chegar à extremidade produtora todo o óleo móvel deveria ter sido deslocado. A curva de permeabilidade relativa de uma amostra de rocha é obtida por ensaios de laboratório, realizados com óleo de baixa mobilidade, uma vez que a permeabilidade relativa é uma propriedade relacionada ao fluxo fracionário. Este ensaio, simulado numericamente, traria como resultado uma erupção de água mais cedo que o medido, com uma eficiência de deslocamento E_D inferior à esperada. Esta situação fisicamente irreal é uma dispersão numérica típica,

e significa que os simuladores de fluxo devem estar distribuindo os fluidos de forma equivocada, tanto no espaço quanto no tempo.

O exemplo de Dake (1994) é apresentado na Figura 4.1, com um óleo pouco viscoso que caracterize um fluxo do tipo pistão. No caso (a) utiliza-se uma malha de simulação arbitrada e a curva de permeabilidade relativa da rocha medida em experimento de laboratório, com o uso de óleo viscoso. A curva de permeabilidade relativa integral permite que a água existente em cada bloco de simulação acima da S_{wi} flua, e desta forma a água avançará mais rápido pelo meio poroso, sem formar a frente de choque esperada para o fluxo tipo pistão.

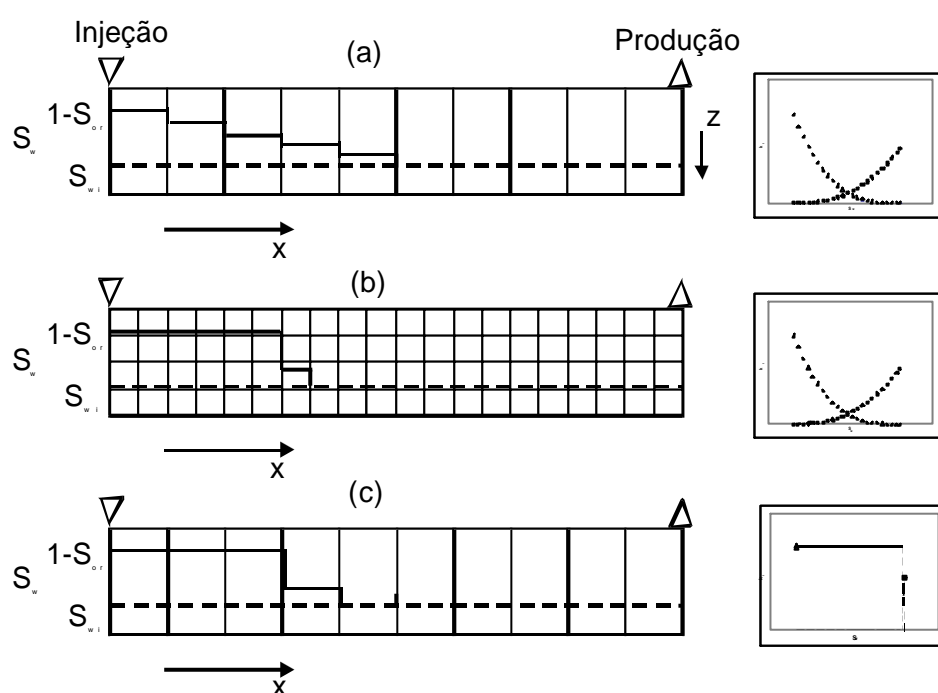


Figura 4.1 – Esquema numérico do problema de Buckley-Leverett, por Dake (1994)

O efeito dispersivo poderá ser minimizado, e desta forma a distribuição da água injetada ser mais próxima ao esperado, com o refinamento da malha de simulação, conforme sugerido no caso (b). Observa-se neste caso que o aumento da quantidade de blocos na direção de fluxo aproxima a simulação numérica ao espaço infinitesimal utilizado na solução de Buckley-Leverett (1942), e com isso a solução da frente de choque pode ser reproduzida. Além disso, a dispersão que se observa na vertical minimiza em parte os efeitos dispersivos que a curva de permeabilidade relativa integral geraria na direção do fluxo. No caso (c) utiliza-se a mesma malha de

simulação do caso (a), porém com uma curva de permeabilidade relativa alterada, na qual a água só flui ($k_{r_w} > 0$) quando a saturação de óleo do bloco atingir a S_{or} .

O exemplo demonstra que a correção do efeito dispersivo da solução numérica ao problema de Buckley-Leverett (1942) pode ser feita corrigindo-se a permeabilidade relativa medida em laboratório. O ensaio de deslocamento do óleo pela água em laboratório gera uma expectativa de comportamento na produção de água para um determinado tipo de rocha. Os resultados obtidos na escala de amostra de rocha deveriam se repetir na escala de campo, exceto pela ocorrência de heterogeneidades não representadas na amostra de rocha ensaiada. A transferência de escala da amostra de rocha para o reservatório real é possível através dos simuladores numéricos de fluxo, que incorporam outras propriedades como as formas geométricas dos reservatórios e suas heterogeneidades de rocha e fluido.

Os simuladores de fluxo combinam a lei de conservação de massa com a lei de Darcy que determina o fluxo no meio poroso. Entretanto, devido à escala dos blocos de simulação ser algumas ordens de grandeza superior à escala dos poros da rocha, os conceitos de estocagem de fluidos nos blocos na forma de saturação se tornam preponderantes sobre a lei de fluxo. Em outras palavras, não existem gradientes de saturação ou pressão dentro dos blocos de simulação, mas apenas entre blocos, então a água que chega ao bloco por uma de suas interfaces já no próximo intervalo de tempo poderá sair por outra interface, sem ter que fluir através bloco. Os fluidos se transferem aos blocos adjacentes em resposta aos gradientes a que forem submetidos (forças capilares, gravitacionais e viscosas), e de acordo com a quantidade estocada (saturação de fluido móvel que o bloco possuir no instante em que for submetido ao gradiente).

Das três forças que atuam nos fluidos, apenas as forças viscosas são relacionadas ao fluxo fracionário. As forças gravitacionais agem no sentido vertical e tendem a segregar os fluidos de acordo com a diferença de densidade entre eles. As forças capilares estão relacionadas à atração química que os fluidos apresentarem em relação à rocha. Já as forças viscosas representam o atrito gerado pelo deslocamento dos fluidos. A permeabilidade é a propriedade que mede a

intensidade desta força, e a permeabilidade relativa mede a resistência ao deslocamento dos dois fluidos dispersos na rocha.

Os ensaios de laboratório são realizados de forma que as forças viscosas apresentem muito mais atuação que as outras duas, gerando a curva de permeabilidade relativa representativa do fluxo fracionário. Para que seja possível comparar os resultados, e observar o efeito dispersivo do problema de Buckley-Leverett (1942) aplicado ao método numérico, utiliza-se um corpo poroso subdividido em blocos formando apenas uma camada horizontal, como o mostrado na Figura 4.2, para anular os cálculos de gradiente gravitacional pelo simulador. A pressão capilar também é negligenciada na formulação dos arquivos de dados.

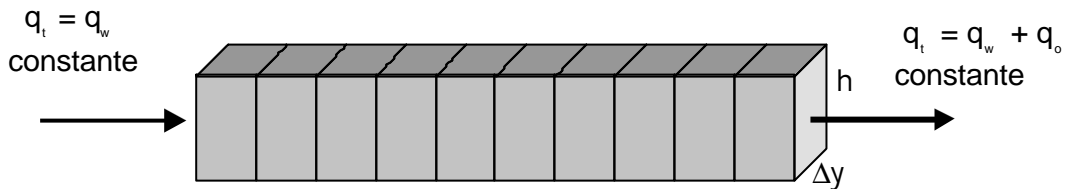


Figura 4.2 – Esquema de simulação de fluxo

A simulação do deslocamento de óleo pela água implica uma seqüência de cálculos de balanço de massa para ambos os componentes, o óleo e a água. No tempo inicial todas as células estão saturadas com óleo na presença de água irreduzível (S_{wi}), como demonstrado na Figura 4.3.

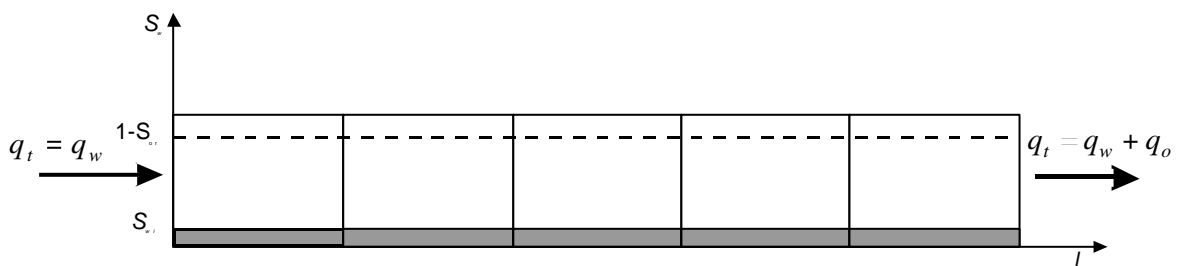


Figura 4.3 – Condição inicial de fluxo

No primeiro intervalo de tempo de simulação o bloco do poço injetor terá um acréscimo de saturação $S_{n^\circ \text{ bloco}}^{\Delta \text{ tempo}}$, conforme descrito na equação 4.1.

$$S_1^1 - S_1^0 = \frac{q_t \cdot \Delta t}{A_c \cdot \Delta x \cdot f} \quad (4.1)$$

Neste primeiro intervalo de tempo apenas a saturação de água do primeiro bloco será modificada. Já no segundo intervalo de tempo, o primeiro bloco receberá mais água de sua fonte fornecedora (no caso, um poço injetor), e transferirá parte da água estocada para o bloco adjacente. A quantidade de água transferida do bloco 1 ao bloco 2 será função da diferença de potencial entre os blocos e da quantidade de água móvel que existir no bloco fornecedor, no caso, o bloco 1. A capacidade de fluxo será determinada pela permeabilidade relativa do bloco fornecedor, função das saturações de fluidos no intervalo de tempo simulado. No sistema 4.2 tem-se as equações que regem o fluxo entre um bloco de índice j e seus blocos adjacentes.

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{o[j-1,j]} = T_{o[j-1]} \cdot \Delta p_{o[j-1,j]}, \text{ onde } T_{o[j-1]} = \frac{k \cdot k_{ro} \cdot \Delta y \cdot h}{m_o \cdot \frac{\Delta x_{[j-1]} + \Delta x_{[j]}}{2}} \\ q_{w[j-1,j]} = T_{w[j-1]} \cdot \Delta p_{w[j-1,j]}, \text{ onde } T_{w[j-1]} = \frac{k \cdot k_{rw} \cdot \Delta y \cdot h}{m_w \cdot \frac{\Delta x_{[j-1]} + \Delta x_{[j]}}{2}} \end{array} \right. \quad (4.2)$$

Como a pressão capilar é desprezada, por hipótese do problema, $p_w = p_o$ e também $\Delta p_w = \Delta p_o$.

A solução do termo de transmissão de massa se equilibra com o termo de acumulação, em cada bloco, conforme demonstrado na equação 4.3.

$$\frac{\partial(fS)}{\partial t} \Rightarrow (1-q)\{D(p^{n+1}, S^{n+1}) - q^{n+1}\} + q\{D(p^n, S^n) - q^n\} \quad (4.3)$$

Ressalta-se que a porosidade ϕ também sofre variação com a pressão, através da relação da compressibilidade, porém o efeito da compressibilidade da rocha deve ser desprezado para o propósito deste trabalho. O desprezo da compressibilidade da rocha será tão mais aceitável quanto mais restrito se mostrar o intervalo de variação da pressão nos processos desenvolvidos.

Assim, um esquema de cinco blocos apresentará um perfil de saturações como o demonstrado na Figura 4.4, após alguns intervalos de tempo de simulação.

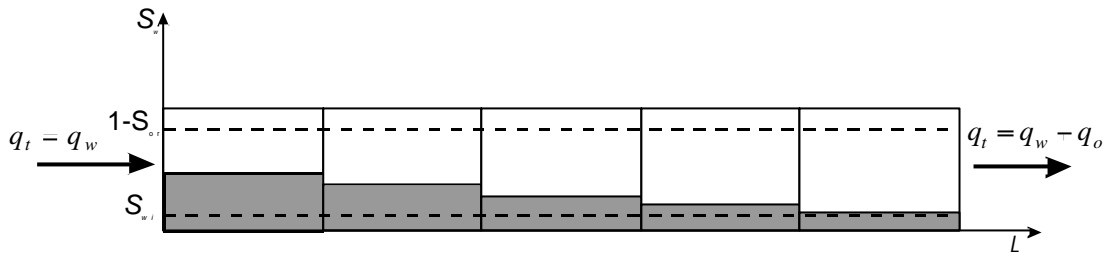


Figura 4.4 - Perfil de saturação numa simulação de deslocamento de fluidos

Alguns esquemas de simulação de fluxo tornarão mais fáceis à visualização do problema da dispersão numérica pelo efeito da quantidade de blocos utilizados. Tomemos como exemplo o corpo poroso homogêneo, como mostrado na Figura 2.1, dividido espacialmente em 4 esquemas como os apresentados nas Figuras 4-5, 4-6, 4-7 e 4-8, para simular numericamente um ensaio de laboratório. Atribuíram-se os seguintes valores para a amostra de rocha:

- comprimento L igual a 10 m,
- largura Δy igual a 1 m,
- espessura h igual a 1 m,
- porosidade ϕ constante igual a 0,25.
- Permeabilidade k constante igual a 100 mD.

O volume poroso VP possui $2,5 \text{ m}^3$, para os quais impõe-se uma vazão de injeção de $0,01 \text{ m}^3/\text{dia}$, igual à vazão de produção no outro extremo do corpo poroso.

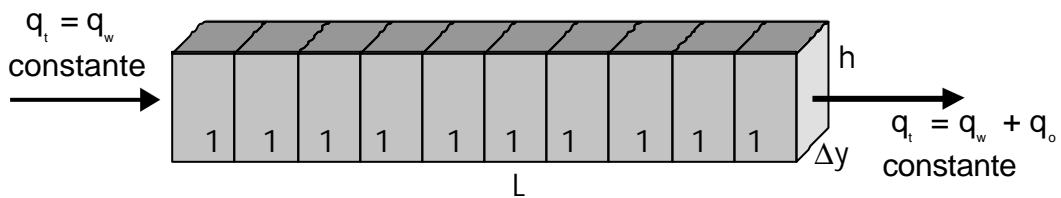


Figura 4.5 Esquema de 10 blocos iguais para simulação

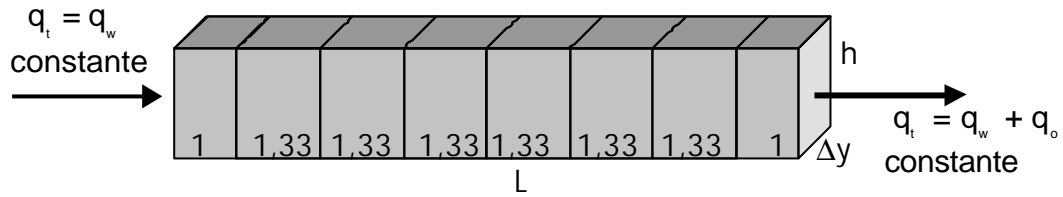


Figura 4.6 – Esquema de 8 blocos para simulação

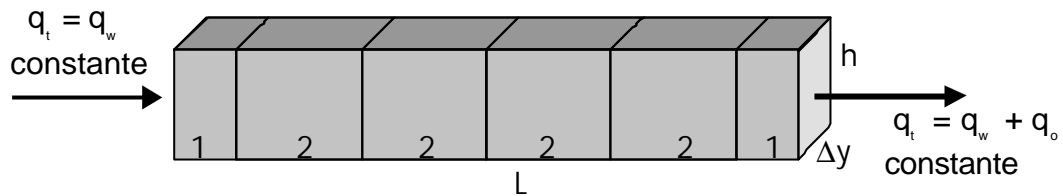


Figura 4.7 Esquema de 6 blocos para simulação

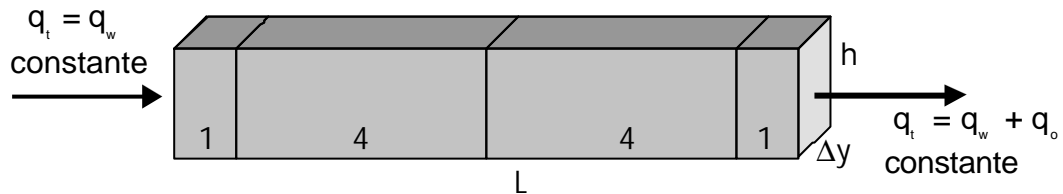


Figura 4.8 Esquema de 4 blocos para simulação

Tomemos também uma curva de permeabilidade relativa gerada por modelo de potência (sistema de equações 4.4).

$$\begin{cases} k_{rw} = k_{rw}^0 \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^a \\ k_{ro} = k_{ro}^0 \left(\frac{1 - S_{or} - S_w}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^b \end{cases} \quad (4.4)$$

Foram atribuídos os seguintes valores para determinação das curvas de permeabilidade relativa, apresentada na Figura 4.9:

$$\begin{cases} k_{ro}^0 = 0.72 @ S_{wi} = 0.15 \\ k_{rw}^0 = 0.48 @ S_{or} = 0.20 \\ a = b = 2 \end{cases}$$

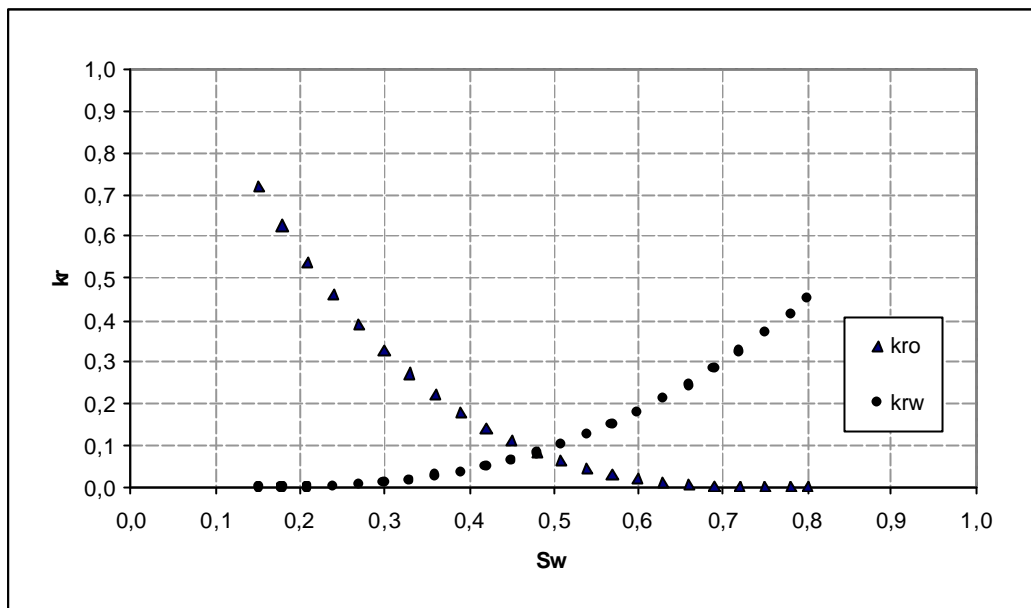


Figura 4.9 - Curva de permeabilidade relativa água/óleo

Foram adotados valores de viscosidade m_o igual a 2 cp para o óleo e m_w igual a 0,29 cp para a água.

Simulando o deslocamento do óleo por água nos esquemas apresentados, tem-se o resultado apresentado na Figura 4.10. Estes resultados são comparados ao resultado do cálculo analítico da curva de produção de água obtido com a equação de Buckley-Leverett (1942).

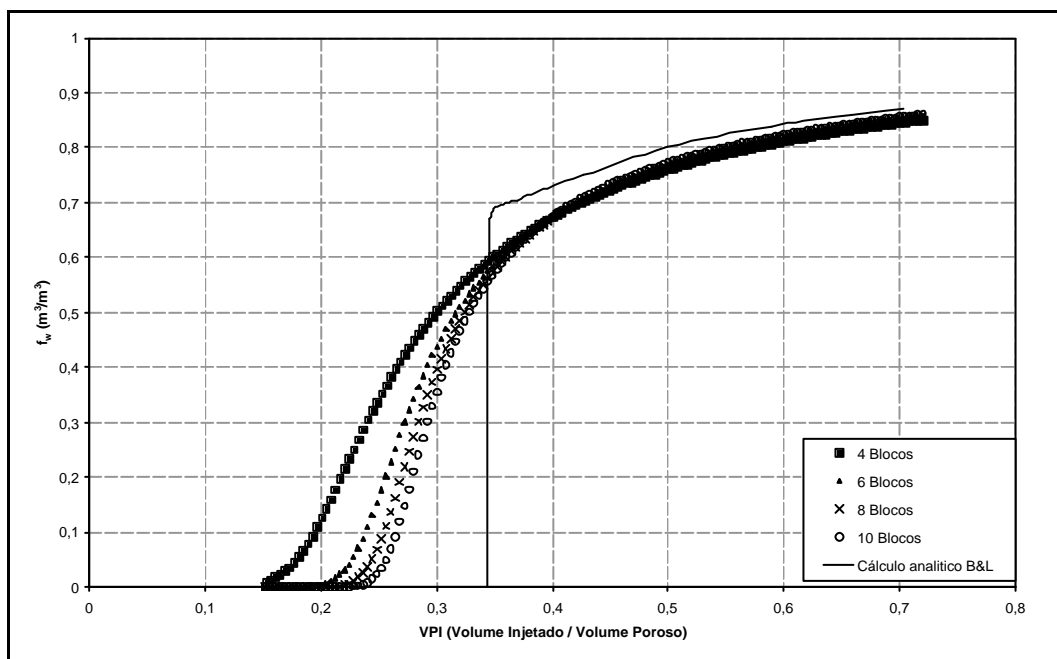


Figura 4.10 - Resultados de simulação do ensaio de permeabilidade relativa

A comparação dos resultados mostrados na Figura 4.10 mostram o efeito dispersivo da discretização espacial do meio poroso, que é tão mais acentuado quanto menos blocos se utiliza para definir a amostra de rocha. Uma das principais características deste deslocamento é a erupção brusca da água após a injeção de determinado volume de água. No exemplo apresentado a fração produzida de água f_w chega a quase 70%, como resultante dos valores adotados de permeabilidade relativa e viscosidade m_o e m_w . No caso de fluxo tampão, como visto antes, a fração inicial de água produzida já seria de 100%, mas quando ocorrer fluxo fracionário este valor é menor, porém cresce com a evolução do processo.

Tanto este exemplo quanto o do fluxo tipo pistão descrito por Dake (1994) demonstram que a reprodução do ensaio de laboratório com simuladores numéricos de fluxo não pode ser obtida de forma direta. Para melhor reproduzir os valores do ensaio de laboratório existem duas possibilidades: aumentar o número de blocos de simulação, ou trabalhar com curvas de permeabilidade relativa corrigidas que minimizem a dispersão numérica observada. Quanto mais grosseira for a discretização espacial do meio poroso, mais cedo a água atinge a extremidade produtora e mais suave é o crescimento da fração produzida. Estes efeitos se verificarão sempre que a água for mais móvel que o óleo.

Uma análise mais detalhada da equação 4.2 permite determinar os parâmetros que podem interferir no resultado do problema da discretização espacial do meio poroso, para uma mesma curva de permeabilidade relativa obtida em laboratório.

A geometria do sistema simulada é determinada pela área transversal ao fluxo ($\Delta y \cdot h$), o comprimento L e a porosidade f . Qualquer variação nestes valores será compensada pela forma como os resultados são apresentados, na curva de f_w pelo volume poroso injetado. O volume poroso injetado é determinado pela equação 4.5

$$VPI = \frac{q_t \cdot \Delta t}{\Delta y \cdot h \cdot L} \quad (4.5)$$

A relação entre a permeabilidade absoluta e a viscosidade formam uma razão k/m denominada mobilidade do fluido, de forma que pode-se analisar apenas a sensibilidade da solução a um dos parâmetros (ou seja, a solução de um problema numérico determinado é idêntica para valores de k multiplicados por uma constante c desde que a viscosidade também seja multiplicada por esta constante c).

Nas Figura 4.11, Figura 4.12, Figura 4.13 e Figura 4.14 são apresentados os resultados da análise de sensibilidade à variação de permeabilidade absoluta para os diversos esquemas de bloco estudados.

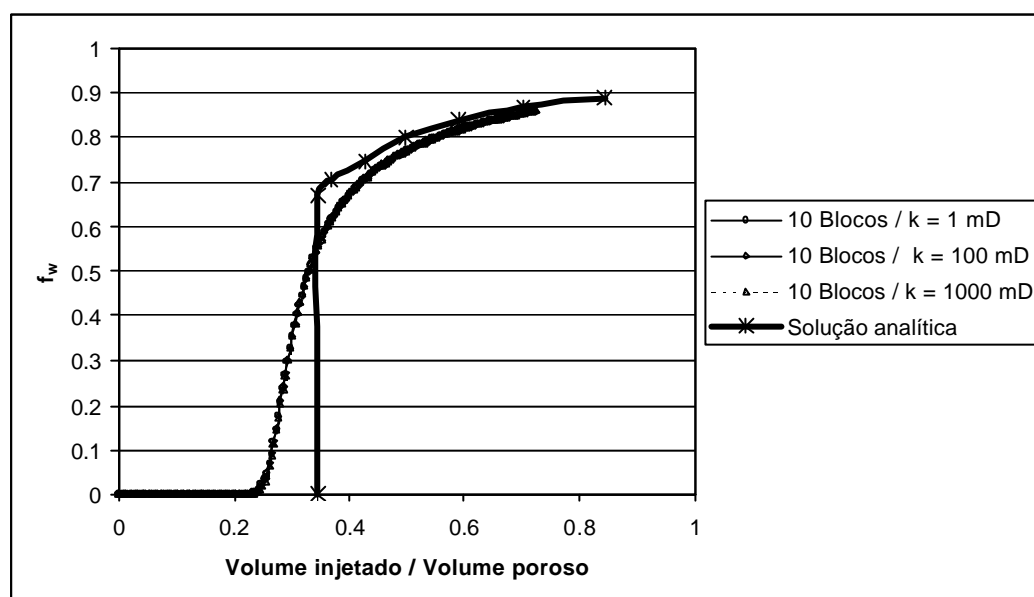


Figura 4.11 - Análise de sensibilidade do modelo à variação de permeabilidade absoluta

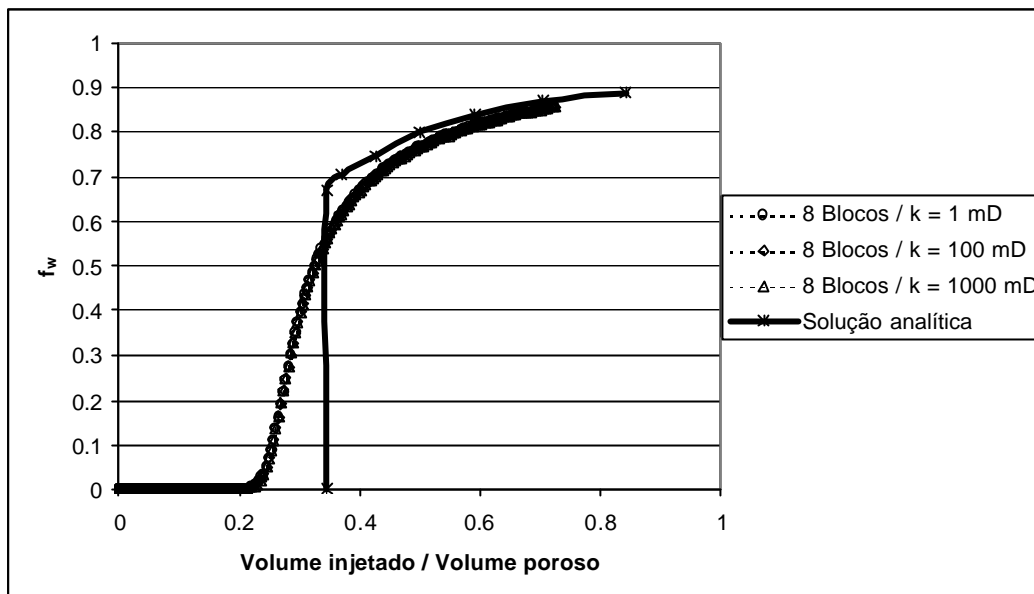


Figura 4.12 - Análise de sensibilidade do modelo à variação de permeabilidade absoluta

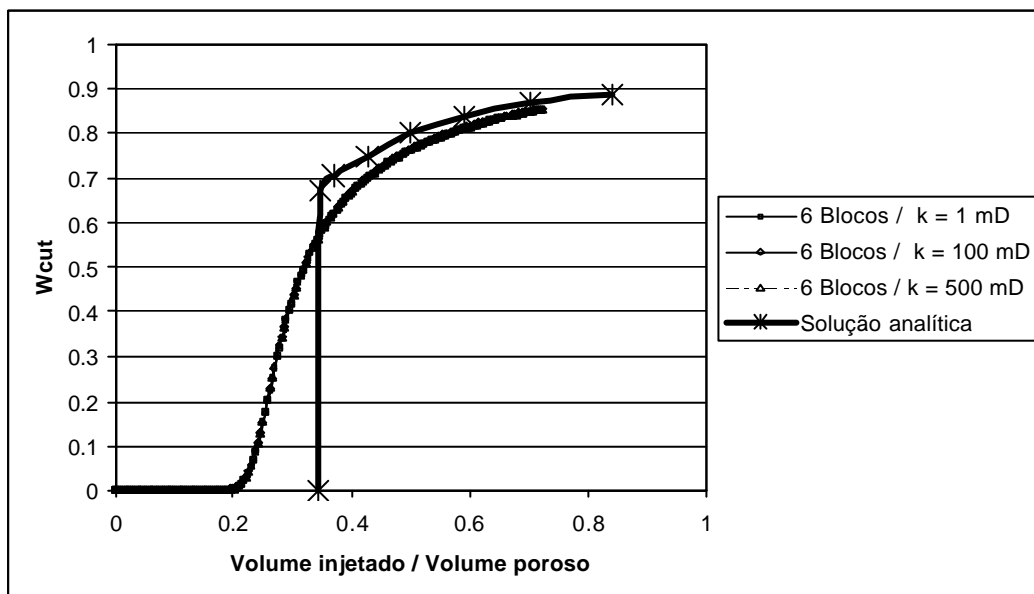


Figura 4.13 - Análise de sensibilidade do modelo à variação de permeabilidade absoluta

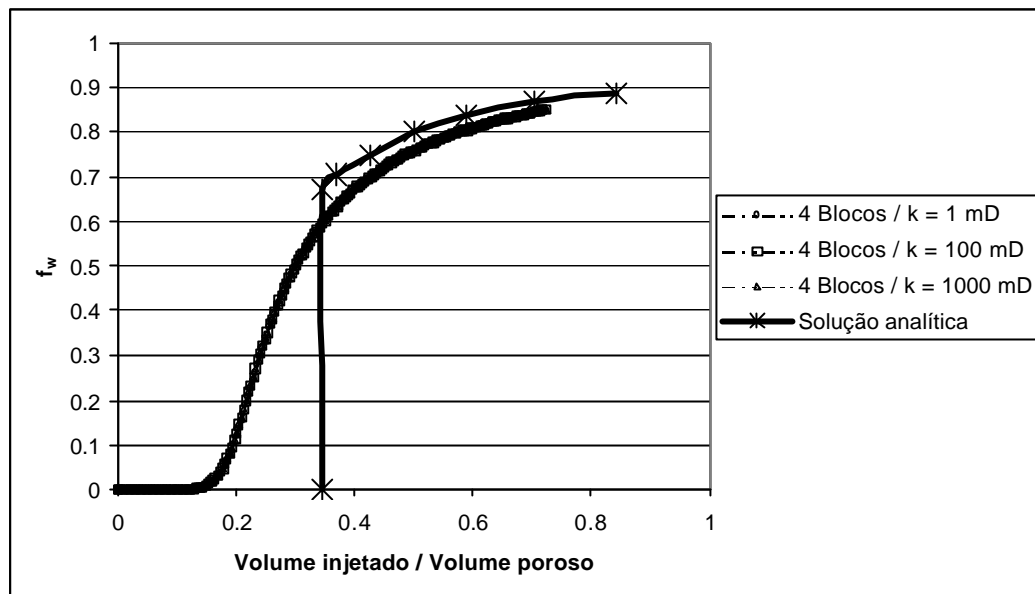


Figura 4.14 - Análise de sensibilidade do modelo à variação de permeabilidade absoluta

Conclui-se então que o problema da dispersão numérica observada não se relaciona aos parâmetros de rocha e fluido, mas somente à discretização espacial utilizada.

Capítulo 5 – Solução do problema

A dispersão numérica na simulação de deslocamento linear de fluidos imiscíveis é decorrente apenas da discretização espacial do meio poroso, como demonstrado no Capítulo 4. Este efeito dispersivo é devido ao uso da curva integral da permeabilidade relativa obtida em ensaio de laboratório, a qual determina uma mobilidade para a água sempre que $S_w > S_{wi}$. Entretanto, o estudo de fluxo fracionário e as equações de Buckley-Leverett (1942) nos mostram que o avanço da água no meio poroso apresenta uma frente de choque com saturação $S_{wf} > S_{wi}$, e que esta frente de avanço tem uma velocidade que pode ser calculada pela equação 5.1

$$v_{S_{wf}} = \frac{q_i}{A_c \cdot f} \cdot \left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}} \quad (5.1)$$

Isto significa que o domínio da saturação de água móvel pertence ao intervalo $[S_{wf}, 1 - S_{or}]$, e a curva de permeabilidade relativa deveria ser corrigida como demonstrado na Figura 5.1, por exemplo, tomando-se uma saturação de água da frente $S_{wf} = 0.40$.

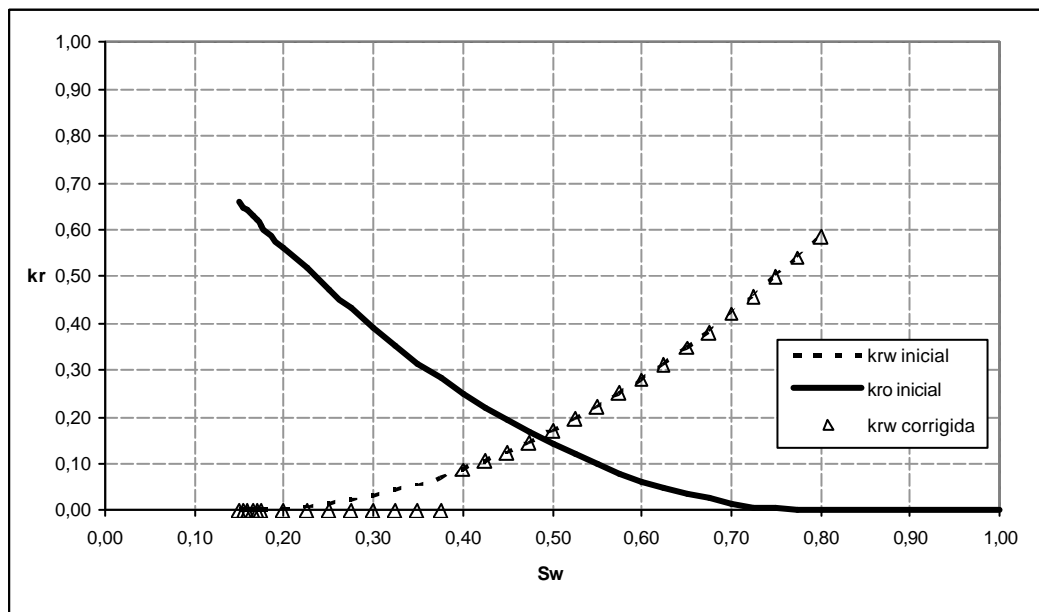


Figura 5.1 – Curva de permeabilidade relativa corrigida

Esta correção suprime a mobilidade da água no bloco de simulação nas saturações de água inferiores à da frente de choque, pois no fenômeno do deslocamento equacionado, e reproduzido em laboratório, não existe saturação de água no intervalo (S_{wi}, S_{wf}) . A correção proposta na Figura 5.1 para a curva de permeabilidade relativa à água impõe ao simulador de fluxo que $f_w = 0$ no intervalo (S_{wi}, S_{wf}) , ou seja, a curva de fluxo fracionário f_w só existe onde $S_w > S_{wf}$, conforme o perfil de saturação determinado por Buckley-Leverett (1942), demonstrado na Figura 5.2.

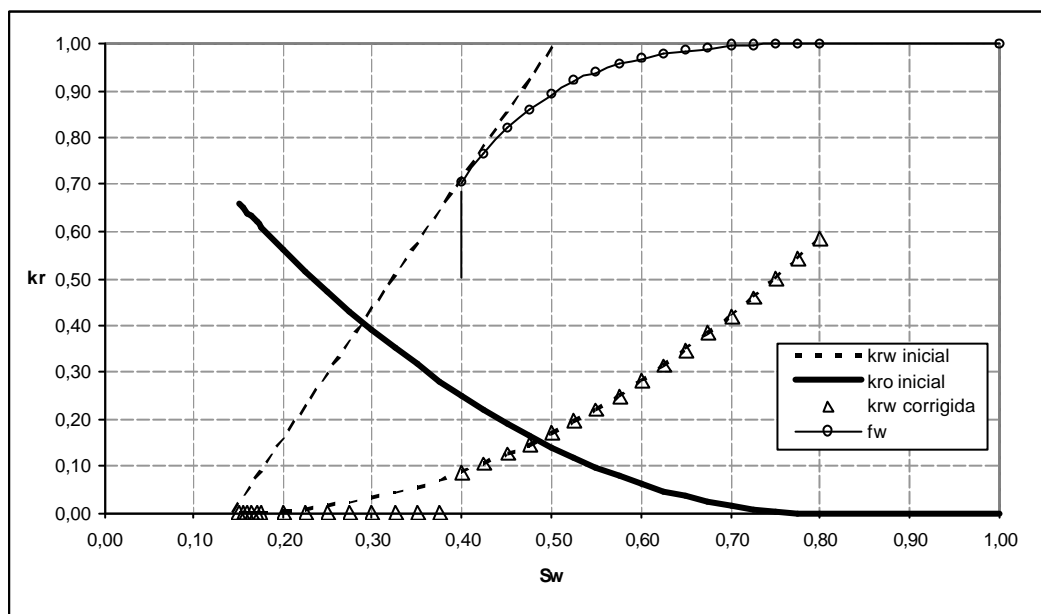


Figura 5.2 – Curva de fluxo fracionário

Uma vez que o fluxo fracionário $f_w = 0.0$ no intervalo (S_{wi}, S_{wf}) , a curva de permeabilidade relativa ao óleo não precisa necessariamente ser corrigida. Conforme visto no capítulo 4, Dake (1994) propõe que a permeabilidade relativa ao óleo não decaia enquanto a permeabilidade relativa à água for nula. A relevância desta questão diz respeito ao cálculo do gradiente de pressão na entrada e saída do bloco de simulação, aspecto este não abordado neste trabalho.

Ainda a respeito do domínio das saturações de água móvel, é importante ressaltar que permeabilidade relativa é uma propriedade da rocha que representa a resistência ao fluxo simultâneo de dois fluidos imiscíveis no meio poroso, e que isto só ocorre no intervalo de saturações $[S_{wf}, 1 - S_{or}]$. Nestas condições, a água arrasta o

óleo por efeito viscoso, conforme as considerações iniciais do problema. O óleo que se movimenta à frente da onda de choque é deslocado por efeito compressivo da água que vem atrás, e portanto não está sujeito aos fenômenos viscosos definidos pela curva de permeabilidade relativa.

O perfil de saturação de água injetada é expresso pela integração da equação 5.1 no tempo, para um plano perpendicular ao fluxo com saturação de água $S_w \in [S_{wf}, 1 - S_{or}]$, como demonstrado pela equação 5.2

$$x_{S_w} = \frac{W_i}{A_c \cdot f} \cdot \left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_w} \quad (5.2)$$

A equação 5.2 permite observar que o perfil de saturação de água injetada terá sempre o mesmo formato, pois a área A_c , a porosidade f e a derivada do fluxo fracionário $\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_w}$ são constantes ao longo do tempo. Desta forma, $x_{S_w} = C \cdot W_i$, onde C é uma constante de forma, e x_{S_w} cresce proporcionalmente ao volume de água injetada W_i . Considerando que para um volume de água injetado W_i a frente de avanço S_{wf} avançou um comprimento L dentro da amostra de rocha, a equação 5.2 pode ser expressa pela equação 5.3

$$\frac{x_{S_w}}{L} = \left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_w} / \left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}} \quad (5.3)$$

Superpondo o perfil de saturação de água ao esquema de blocos utilizado para a simulação do deslocamento imiscível, pode-se entender melhor o efeito da correção proposta para a permeabilidade relativa nos domínios de saturação da água móvel. A Figura 5.3 mostra a superposição do perfil de saturação de água calculado por Buckley-Leverett (1942) a um esquema de blocos de simulação arbitrário, em três diferentes tempos, até que a frente de avanço alcance a fronteira do primeiro com o segundo bloco.

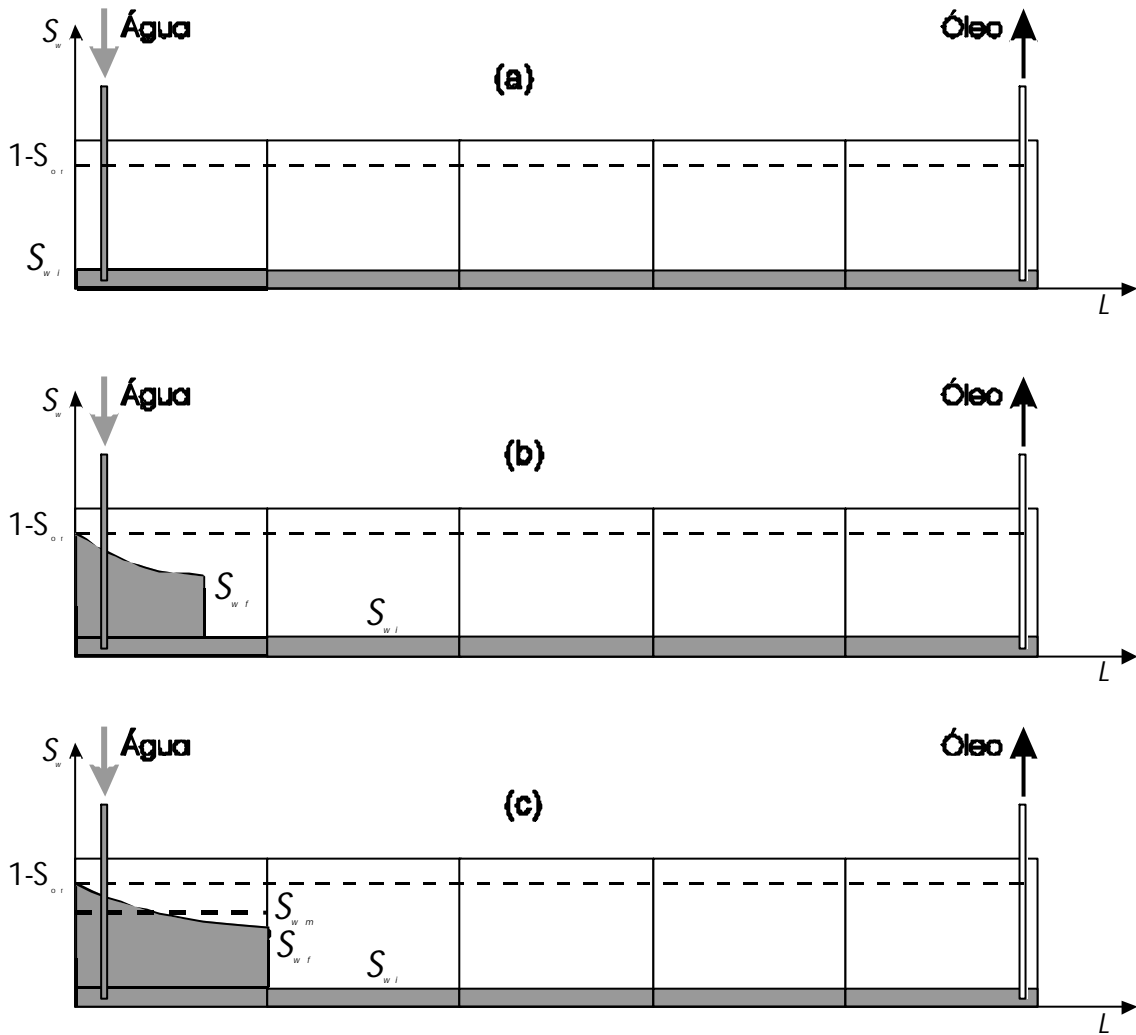


Figura 5.3 – Esquema de deslocamento imiscível em modelo numérico, no primeiro bloco

Observa-se no esquema que, quando a frente de água chega ao segundo bloco, o primeiro bloco acumula uma quantidade de água S_{wm1} equivalente à saturação média de água S_{wm} do perfil total. Tanto os valores de S_{wf} quanto S_{wm} são calculados na curva de fluxo fracionário f_w pelo método de Welge (1953). Observa-se então que a erupção da água do primeiro para o segundo bloco se dará quando o primeiro bloco atingir uma saturação de água igual a S_{wm} . Neste bloco em particular, a correta solução exige que $f_w = 0.0$, ou $k_{rw} = 0.0$, no intervalo $[S_{wi}, S_{wm}]$, a exemplo do que foi demonstrado na Figura 5.1.

Prosseguindo no tempo, a frente de avanço chegará ao terceiro bloco como se vê na Figura 5.4. No caso deste segundo bloco, observa-se que a erupção da água se dará quando o bloco acumular água à saturação S_{wm2} .

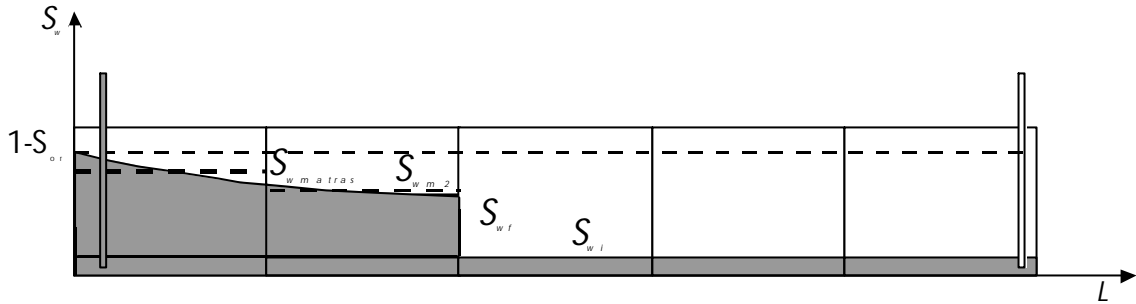


Figura 5.4 – Esquema de deslocamento imiscível em modelo numérico, no segundo bloco.

A saturação de água deste segundo bloco $S_{w_{m2}}$ para a qual passa a haver fluxo para o terceiro bloco poderá ser calculada pelo balanço de massa para a água, dado pela equação 5.4

$$S_{w_{m2}} = \frac{S_{w_m} \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) - S_{w_{matras}} \cdot \Delta x_1}{\Delta x_2} \quad (5.4)$$

onde Δx_1 e Δx_2 são os comprimentos dos blocos. A S_{w_m} é a saturação média da zona invadida, e é a mesma calculada para o primeiro bloco no momento de erupção da água injetada do primeiro para o segundo bloco. $S_{w_{matras}}$ é obtido na solução de Welge (1953), a partir da derivada da curva de fluxo fracionário f_w , conforme a equação 5.5

$$S_{w_{matras}} = S_{w_e} + \frac{(1 - f_{w_e})}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{w_e}}} \quad (5.5)$$

sendo que S_{w_e} deve ser obtido no perfil de saturações na fronteira do primeiro com o segundo bloco. Este valor pode ser calculado numericamente, a partir do formato do perfil de saturação de água na zona invadida.

Avançando o processo, pode-se obter as saturações médias de erupção da água para cada bloco do sistema numérico. A saturação de água na erupção de cada bloco j decresce à medida que o perfil de saturação vai se alongando, de tal forma que

$$\lim_{j \rightarrow \infty} S_{w_{mj}} = S_{wf}$$

Pode-se então avaliar o efeito da correção das curvas de permeabilidade relativa aos moldes da Figura 5.1, tomando-se os dois limites observados na descrição do problema, quais sejam, utilizar a curva de permeabilidade relativa de laboratório considerando que $k_{rw} = 0.0$ nas saturações de água inferiores a S_{wf} e S_{wm} .

Os esquemas e valores apresentados nas Figuras 4.6 a 4.9 serão utilizados para simular o fluxo fracionário como no ensaio de laboratório que gera a curva de permeabilidade relativa inicial. A curva de permeabilidade relativa pode ser aproximada por um modelo de potência, como descrito no sistema de equações 5.6

$$\begin{cases} k_{rw} = k_{rw}^0 \cdot S^a \\ k_{ro} = k_{ro}^0 \cdot (1-S)^b \end{cases} \quad (5.6)$$

onde S é a saturação de água móvel, definida pela equação 5.7

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \quad (5.7)$$

e adotando os seguintes valores de permeabilidade relativa e fluidos

$$k_{rw}^0 = 0.60$$

$$k_{ro}^0 = 0.65$$

$$S_{wi} = 0.15$$

$$S_{or} = 0.20$$

$$a = b = 2.0$$

$$m_w = 0.3$$

$$m_o = 2.0$$

obtém-se uma curva de permeabilidade relativa e fluxo fracionário demonstrado na Figura 5.5, onde $S_{wf} = 0.394$ e $S_{wm} = 0.504$.

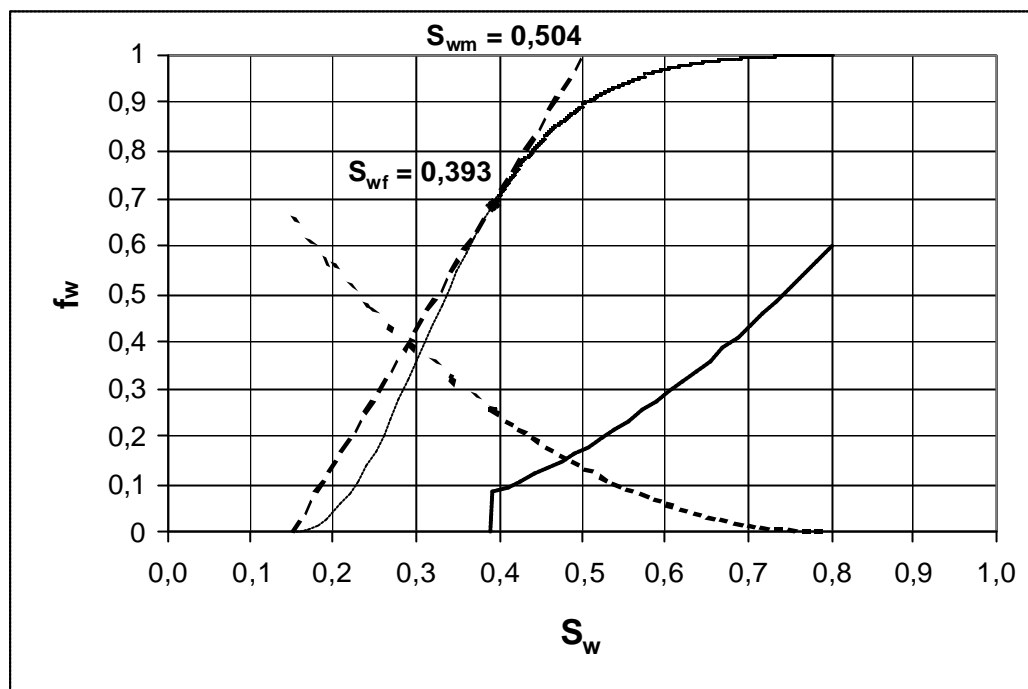


Figura 5.5 – Curva de permeabilidade relativa corrigida pela S_{wf}

O perfil de saturação de água terá o formato mostrado na Figura 5.6.

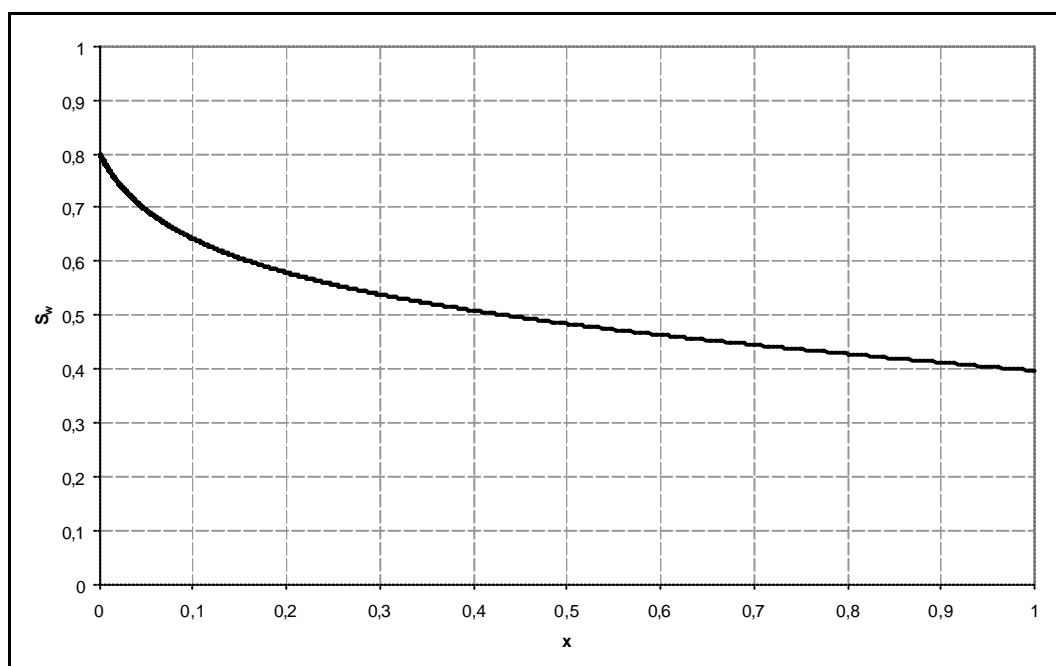


Figura 5.6 – Perfil de saturação de água

O cálculo analítico da produção dos efluentes vem das equações de Buckley-Leverett (1942). A Figura 5.7 mostra os valores calculados analiticamente.

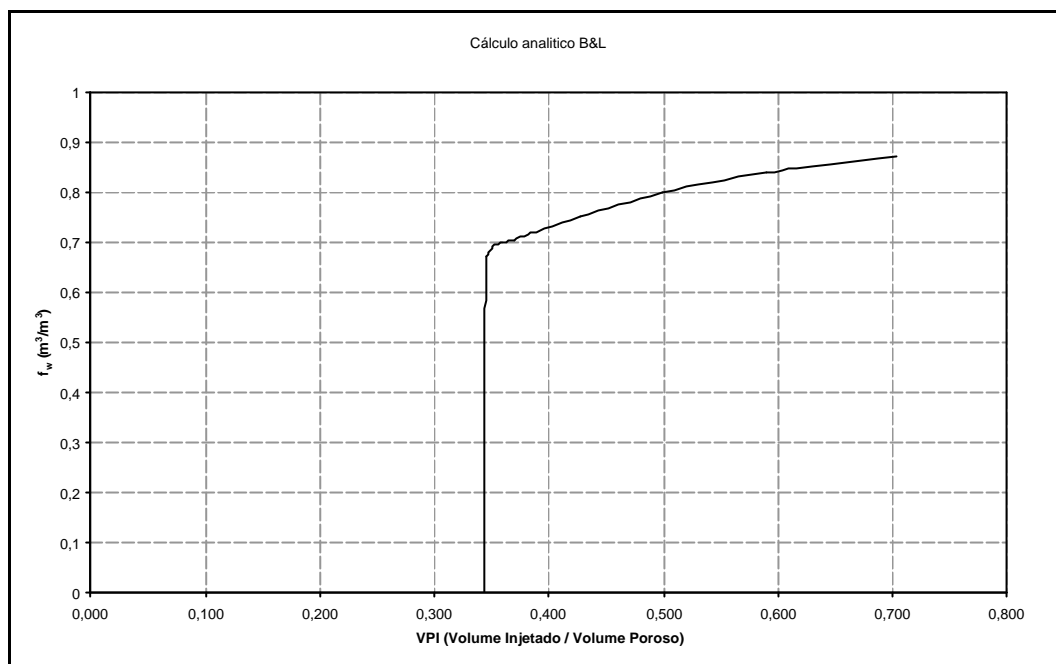


Figura 5.7 – Curva de produção de efluentes

Tomemos agora a simulação de vários esquemas de discretização espacial, e aplicando a correção proposta na permeabilidade relativa à água teremos os seguintes resultados apresentados nas Figura 5.8 a 5.13:

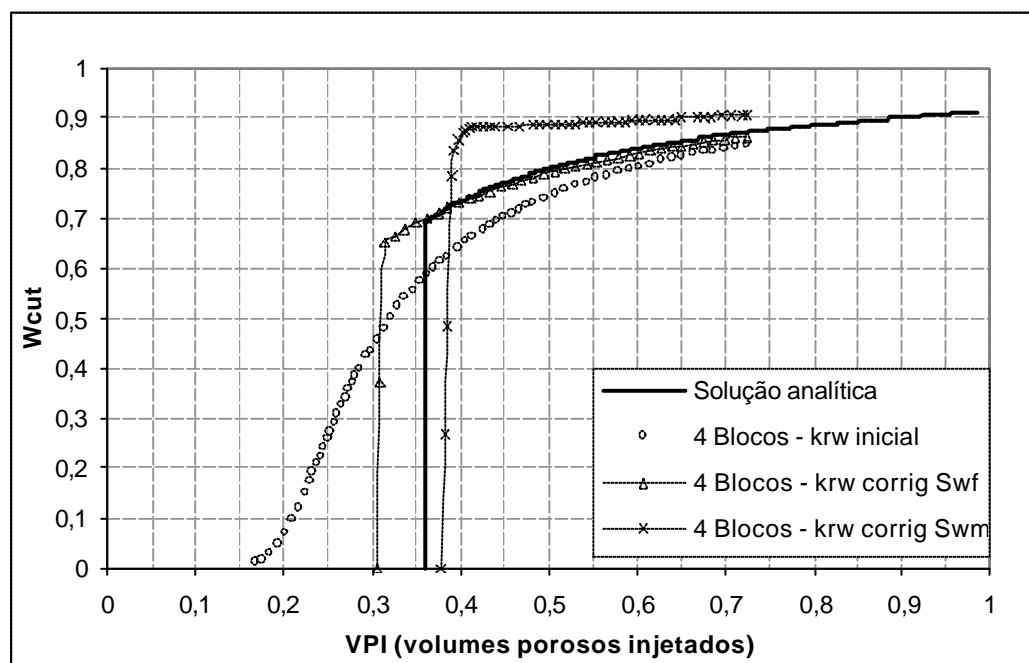


Figura 5.8 - Resultado de simulação de esquema de 4 blocos com curva de permeabilidade relativa corrigida nos limites do domínio da saturação.

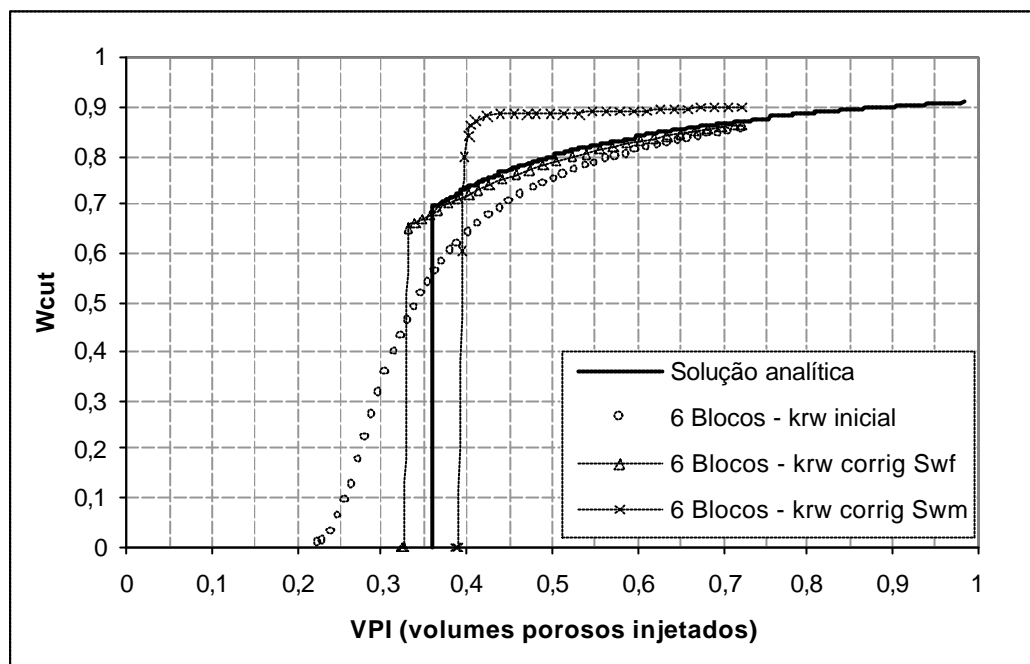


Figura 5.9 – Resultado de simulação de esquema de 6 blocos com curva de permeabilidade relativa corrigida nos limites do domínio da saturação.

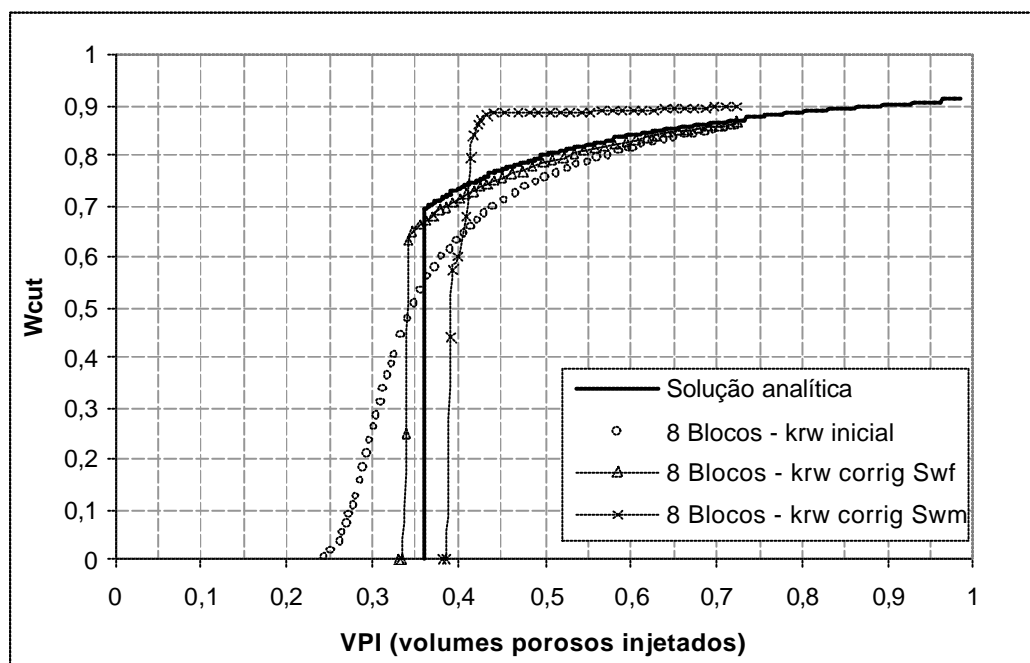


Figura 5.10 - Resultado de simulação de esquema de 8 blocos com curva de permeabilidade relativa corrigida nos limites do domínio da saturação.

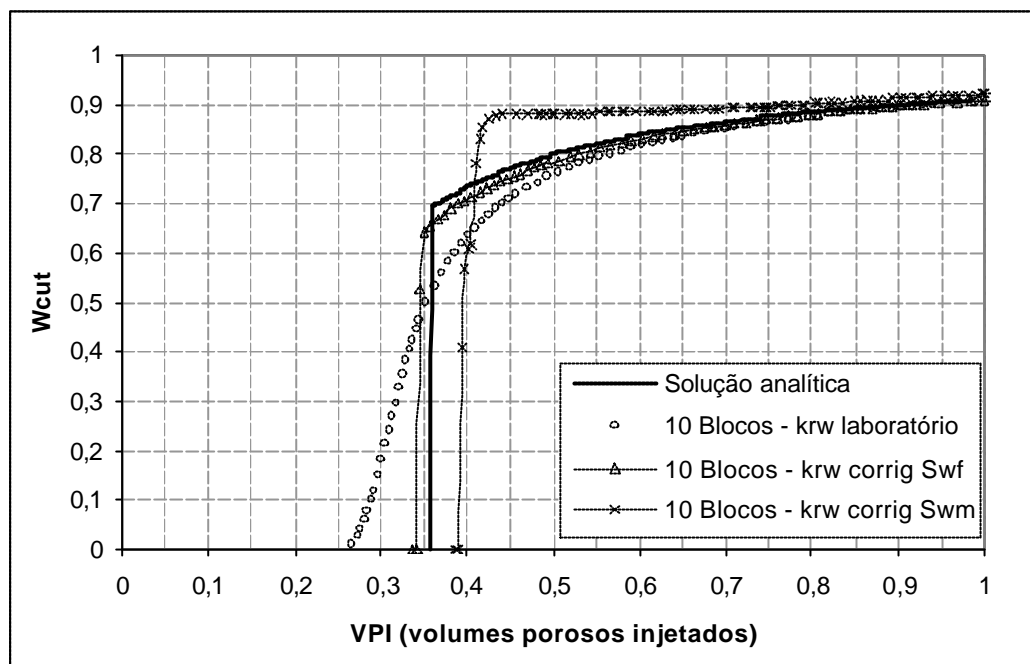


Figura 5.11 – Resultado de simulação de esquema de 10 blocos com curva de permeabilidade relativa corrigida nos limites do domínio da saturação.

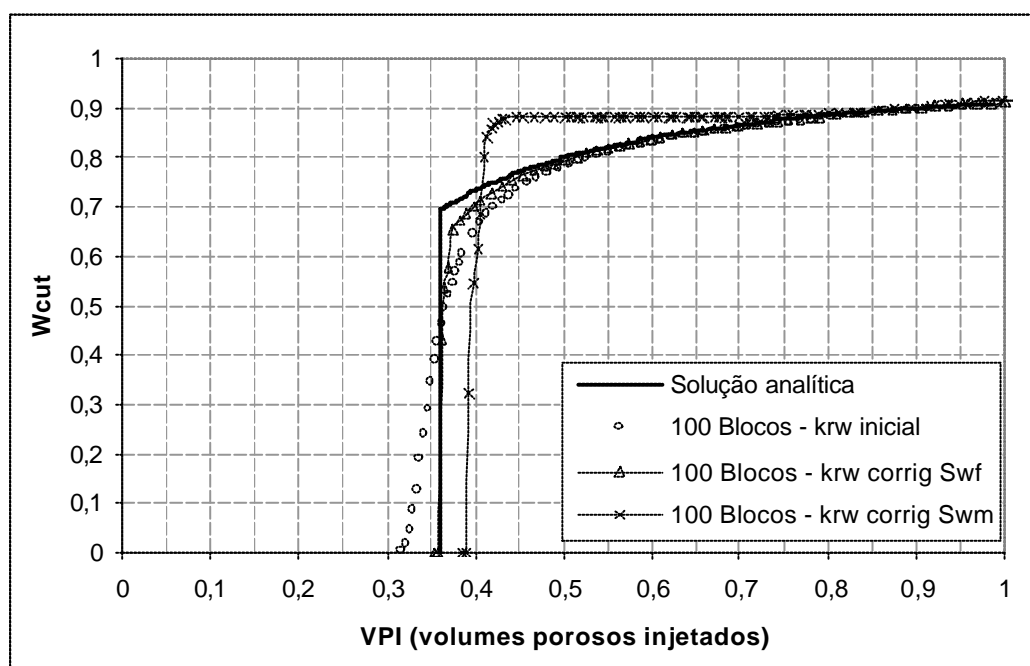


Figura 5.12 – Resultado de simulação de esquema de 100 blocos com curva de permeabilidade relativa corrigida nos limites do domínio da saturação.

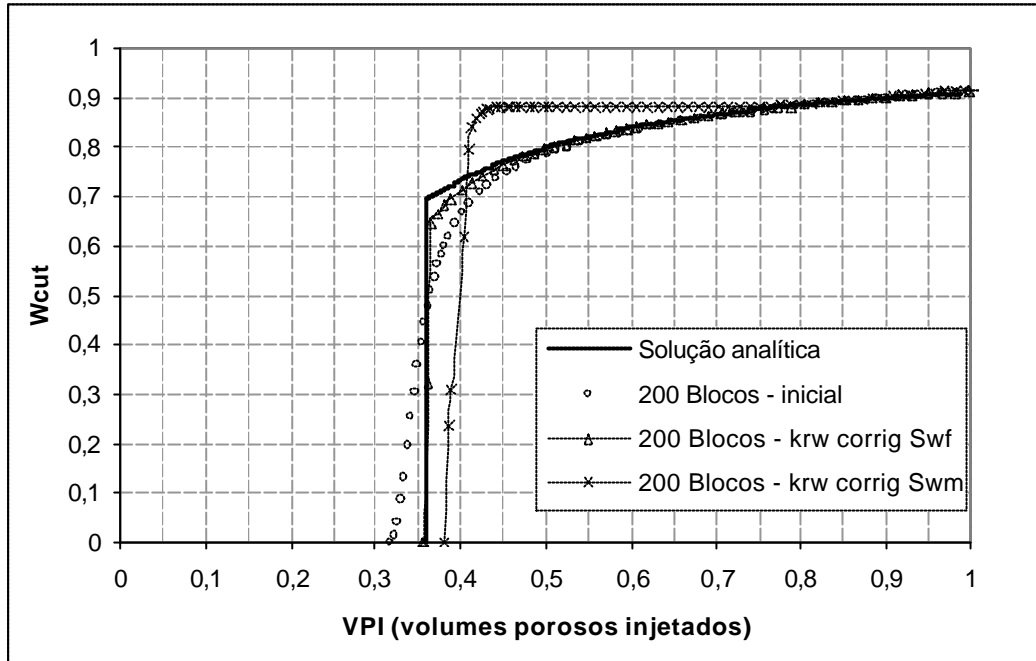


Figura 5.13 – Resultado de simulação de esquema de 200 blocos com curva de permeabilidade relativa corrigida nos limites do domínio da saturação

Observa-se em todos os casos que a correção da curva de permeabilidade relativa em S_{wf} aproxima o resultado esperado, porém a correção em S_{wm} sempre atrasa a erupção de água no poço produtor bem mais que o desejado, e a erupção também ocorre com maior intensidade. Tais efeitos decorrem do controle da quantidade de água estocada em cada bloco antes da erupção para o bloco seguinte. Exemplificando, quando se determina que só haverá fluxo fracionário para saturações superiores a S_{wm} isto significará uma maior quantidade de água retida em cada bloco que a necessária para simular a superposição do perfil de saturação de água de Buckley-Leverett mostrada da Figura 5.4.

A Tabela 5.1 mostra a quantidade de água, em volumes porosos injetados (VPI) para as simulações apresentadas. A erupção da água calculada pela equação de Buckley-Leverett (1942) é igual 35,7% do volume poroso. Os desvios são relacionados a este valor. Observa-se que um maior número de blocos reduz significativamente o desvio, exceto para a correção por S_{wm} . Observa-se também que a permeabilidade relativa corrigida para S_{wf} reduz significativamente o efeito dispersivo da simulação. O desvio da simulação com esta correção na curva de permeabilidade relativa reduz à medida que se aumenta o número de blocos de simulação, porém esta redução no desvio se torna pouco significativa quando se

aumenta de 100 para 200 o número de blocos de simulação. No caso de correção da permeabilidade relativa por S_{w_m} os desvios são sempre negativos porque esta correção retém mais água nos blocos que o necessário para a correção da dispersão numérica da simulação.

Tabela 5.1 – Desvios nos resultados de erupção da água simulados numericamente.

Número de blocos	Permeabilidade relativa de laboratório		Permeabilidade relativa Correção por S_{w_f}		Permeabilidade relativa Correção por S_{w_m}	
	VPI (%)	Desvio (%)	VPI (%)	Desvio (%)	VPI (%)	Desvio (%)
4	14,9	58,3	29,3	17,8	37,4	-4,7
6	20,5	42,6	31,4	12,2	38,2	-7,0
8	22,5	37,0	32,2	9,9	38,2	-7,0
10	24,1	32,4	32,6	8,8	38,6	-8,1
100	29,3	17,8	33,4	6,6	37,8	-5,8
200	29,3	17,8	33,8	5,4	38,2	-7,0

Método de correção da permeabilidade relativa:

O aumento da quantidade de blocos de simulação aumenta a precisão dos resultados, mas numa simulação em escala de campo a quantidade de blocos necessária à precisão desejada pode ser incompatível com os recursos computacionais existentes. Pensando nisso, desenvolvemos neste trabalho um método de correção das curvas de permeabilidade relativa para solucionar o problema de Buckley-Leverett (1942) para qualquer esquema de discretização espacial do meio poroso.

O primeiro passo do método é a determinação da saturação de erupção S_{m_j} da água injetada para cada bloco j do esquema de simulação. Os blocos de simulação *CVFD* trabalham com conceito de armazenamento de fluidos, então a velocidade da água no meio poroso deve ser controlada pela quantidade de água que cada bloco deve reter antes que a água flua para o bloco seguinte. Determina-se a saturação de erupção S_{m_j} de um bloco j qualquer com a superposição do perfil de

saturação da água injetada (Figura 5.6) ao esquema dos j primeiros blocos, conforme exemplificado na Figura 5.3 e Figura 5.4, e o auxílio da equação 5.4. Esta saturação é responsável por controlar o momento de erupção de cada bloco j , e é função do perfil de saturações de Buckley-Leverett, e da posição e tamanho do bloco.

Este mesmo conceito de controle de volume pode ser aplicado a todo o esquema de blocos para controlar o volume de água injetada no momento da erupção no último bloco. Sendo assim, calcula-se uma saturação média de água \bar{S}_m para o esquema de blocos, como demonstrado na equação 5.8, a partir do balanço de volumes de água que cada bloco deve acumular até que a frente de choque chegue na fronteira.

$$\bar{S}_m = \sum_{j=1}^{nbloc} S_{m_j} \cdot \frac{\Delta x_j}{L} \quad (5.8)$$

O segundo passo é a correção do fluxo fracionário ao domínio da saturação corrigida para os blocos. Tal correção se faz necessária porque na curva de fluxo fracionário $f_w(S_w)$ original tem-se o valor do fluxo fracionário em um plano perpendicular ao fluxo. No conceito dos simuladores *CVFD*, a saturação se refere ao bloco, mas o fluxo de fluidos se refere à fronteira dos blocos. Ou seja, tem-se que associar a saturação de uma região (o bloco) ao fluxo em um determinado plano (fronteira do bloco). Procede-se então ao ajuste da curva de fluxo fracionário ao novo domínio de saturações móveis $[\bar{S}_m, 1]$ calculado, de forma que $f_w^*(\bar{S}_m) = f_w(S_{wf})$.

A Figura 5.14 procura mostrar mais claramente a correção do domínio de saturação necessária à solução do problema. A correção da saturação corresponde a mudança de domínio da variável independente s na curva de fluxo fracionário.

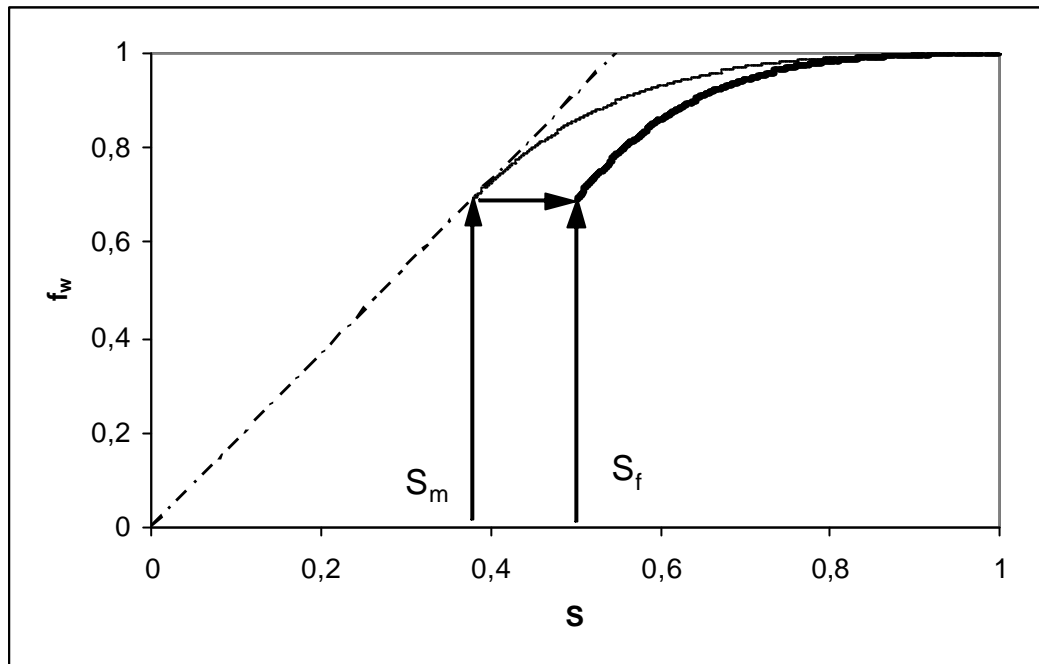


Figura 5.14 – Gráfico do fluxo fracionário corrigido

A correção da saturação S^* , cujo domínio é $[\bar{S}_m, 1]$, pode ser assim descrita:

$$S^* = \frac{1 - S_f}{1 - \bar{S}_m} \cdot (S - \bar{S}_m) + S_f \quad (5.9)$$

A correção do fluxo fracionário para o novo domínio da variável de controle corresponde ao deslocamento das curvas de permeabilidade relativa inicial conforme demonstrado na Figura 5.15

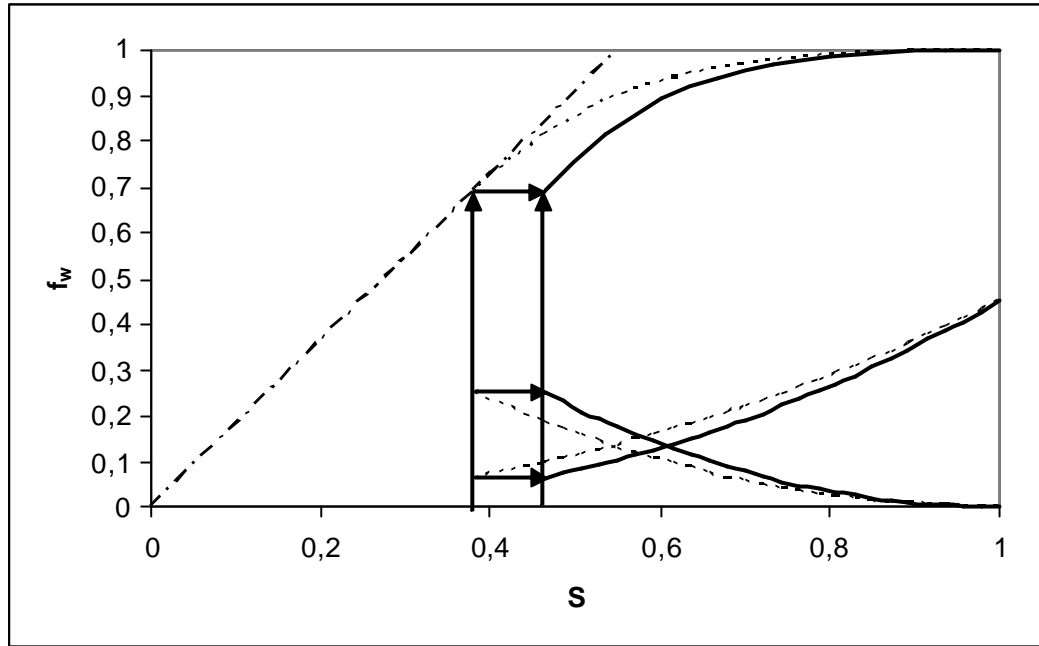


Figura 5.15 - Correção do problema de Buckley-Leverett (1942)

A curva de permeabilidade relativa corrigida k_{rw}^* e k_{ro}^* será então descrita como uma função da saturação corrigida S^* :

$$\begin{cases} k_{rw}^* = k_{rw}^0 \cdot S^{*a} \\ k_{ro}^* = k_{ro}^0 \cdot (1 - S^*)^b \end{cases} \quad (5.10)$$

Nas figuras a seguir são apresentados as curvas de permeabilidade relativa corrigidas pelo método, e os gráficos dos resultados de simulação.

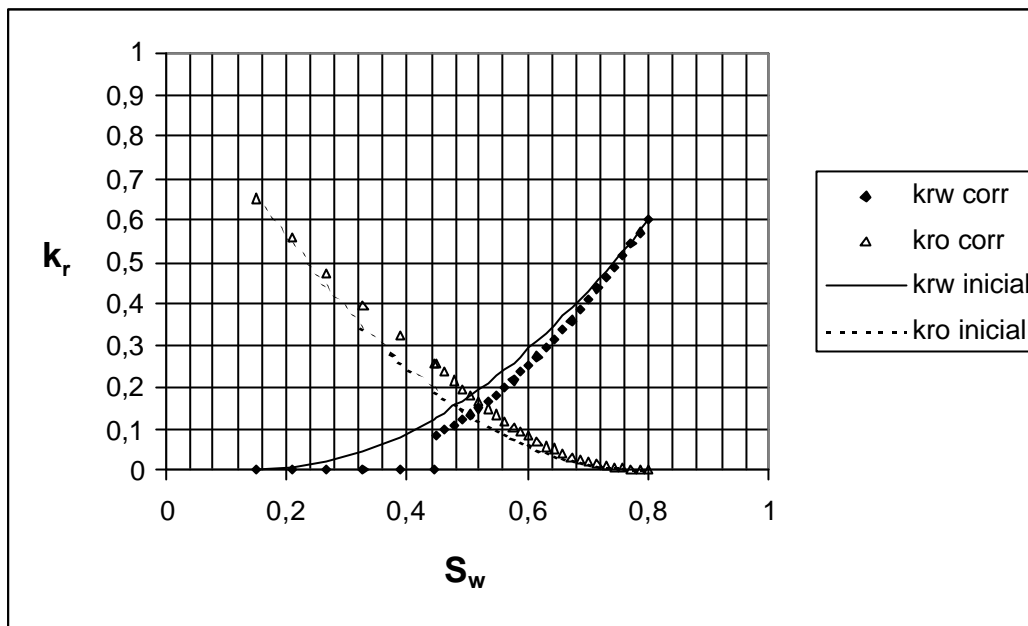


Figura 5.16 – Curva de permeabilidade relativa corrigida para esquema de 4 Blocos

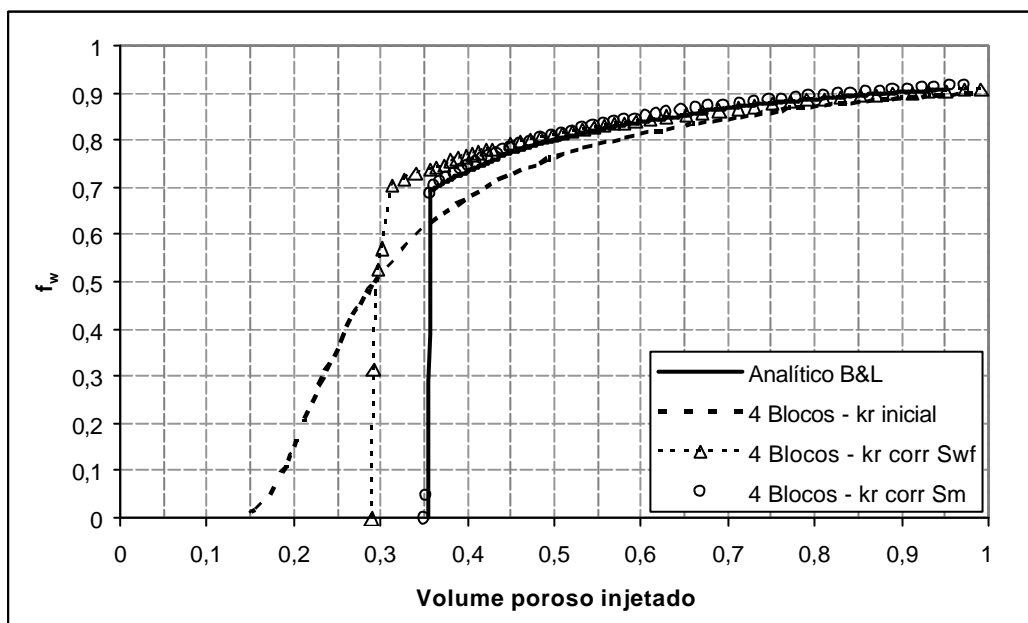


Figura 5.17 – Ajuste de produção de água para esquema de 4 blocos

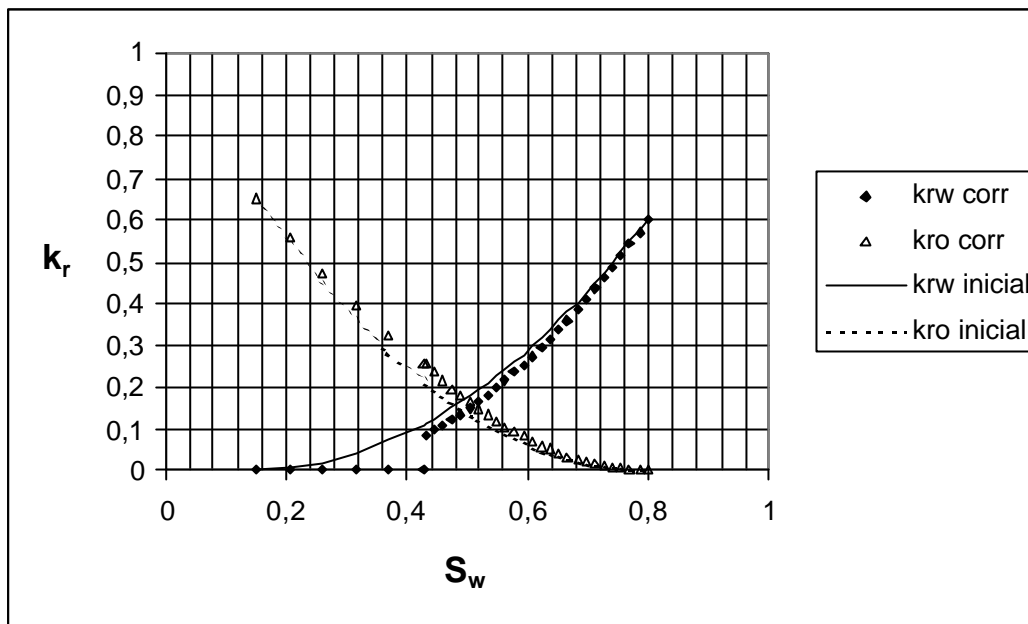


Figura 5.18 - Curva de permeabilidade relativa corrigida para esquema de 6 blocos

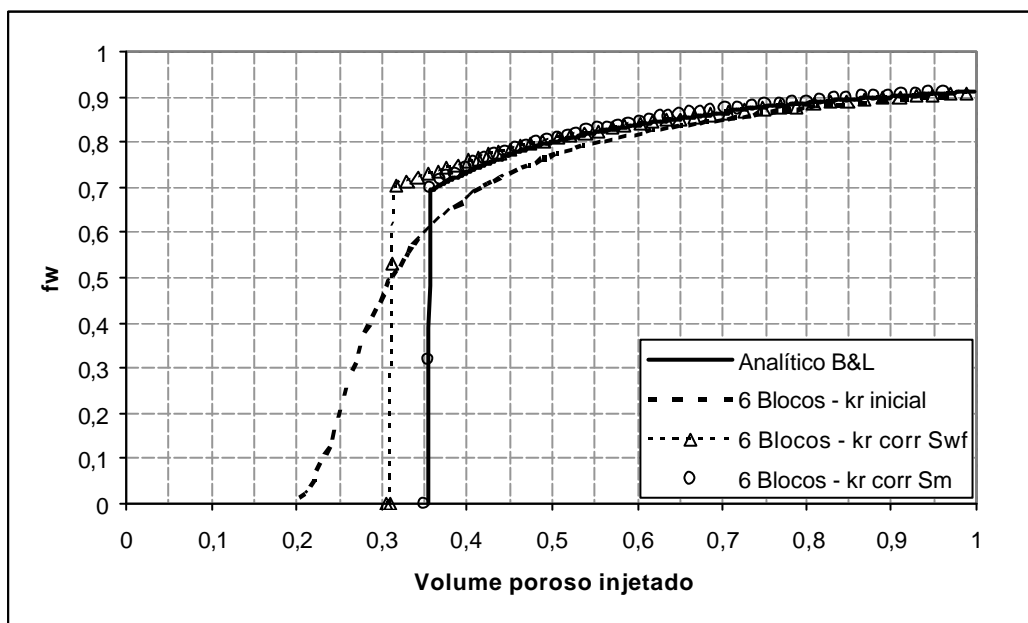


Figura 5.19 - Ajuste de produção de água para esquema de 6 blocos

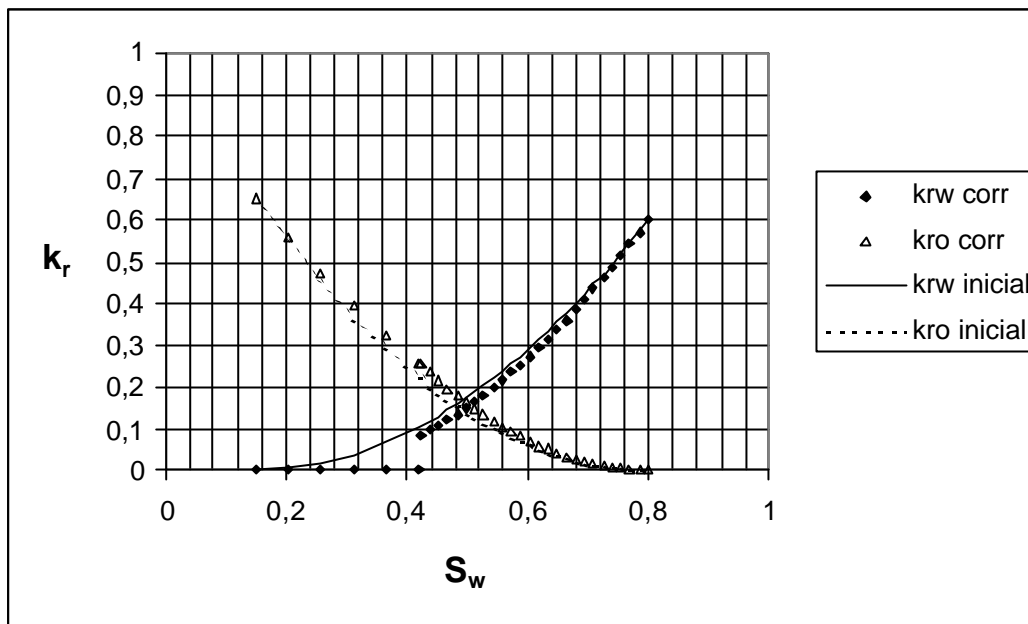


Figura 5.20 - Curva de permeabilidade relativa corrigidas para esquema de 8 blocos

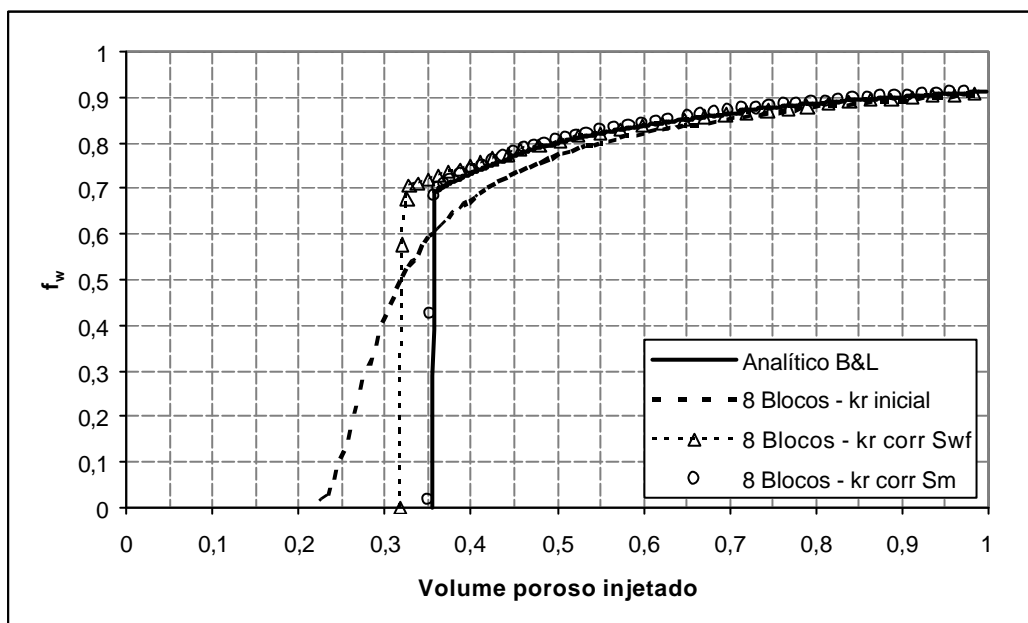


Figura 5.21 - Ajuste de produção de água para esquema de 8 blocos

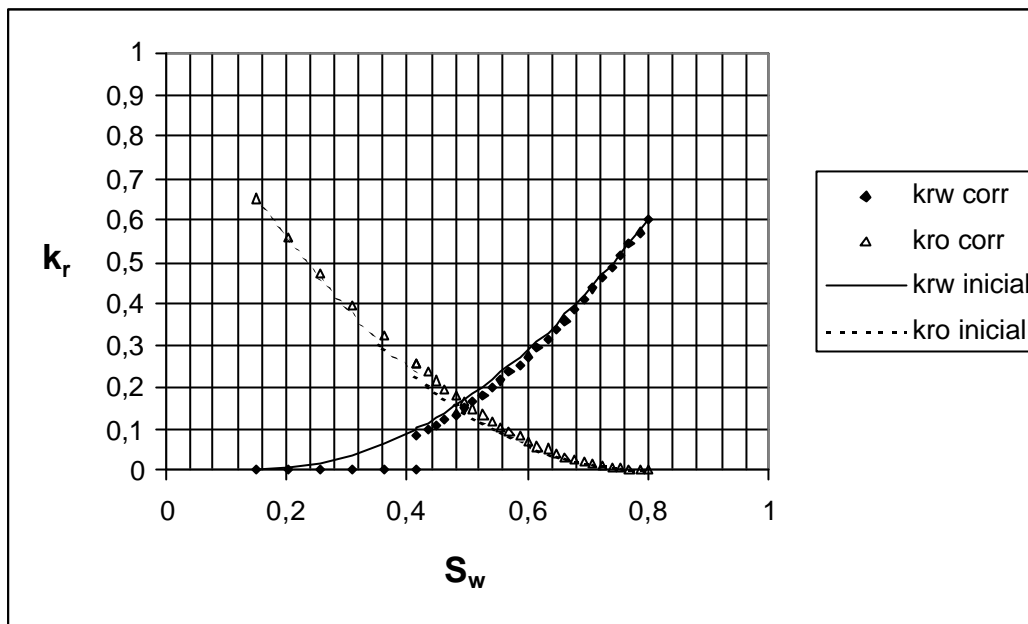


Figura 5.22 - Curva de permeabilidade relativa corrigida para esquema de 10 blocos

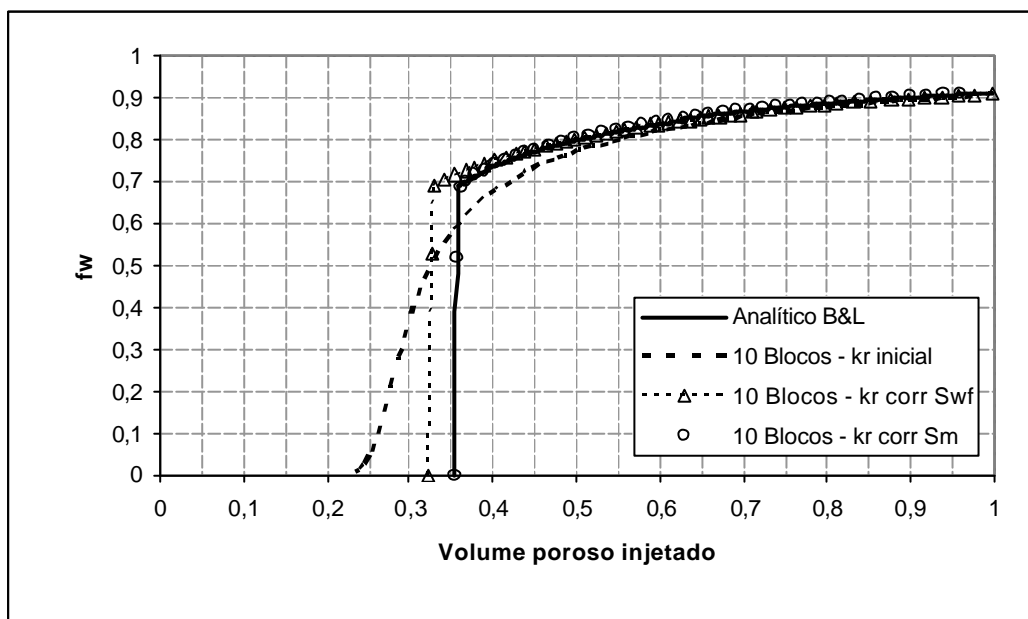


Figura 5.23 - Ajuste de produção de água para esquema de 10 blocos

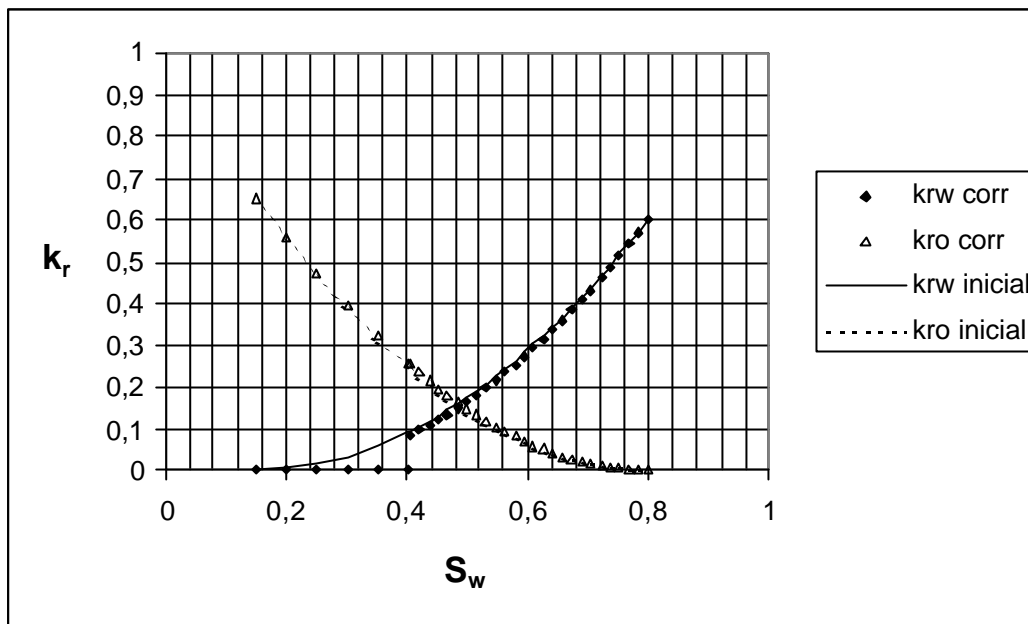


Figura 5.24 - Curva de permeabilidade relativa corrigida para esquema de 100 blocos

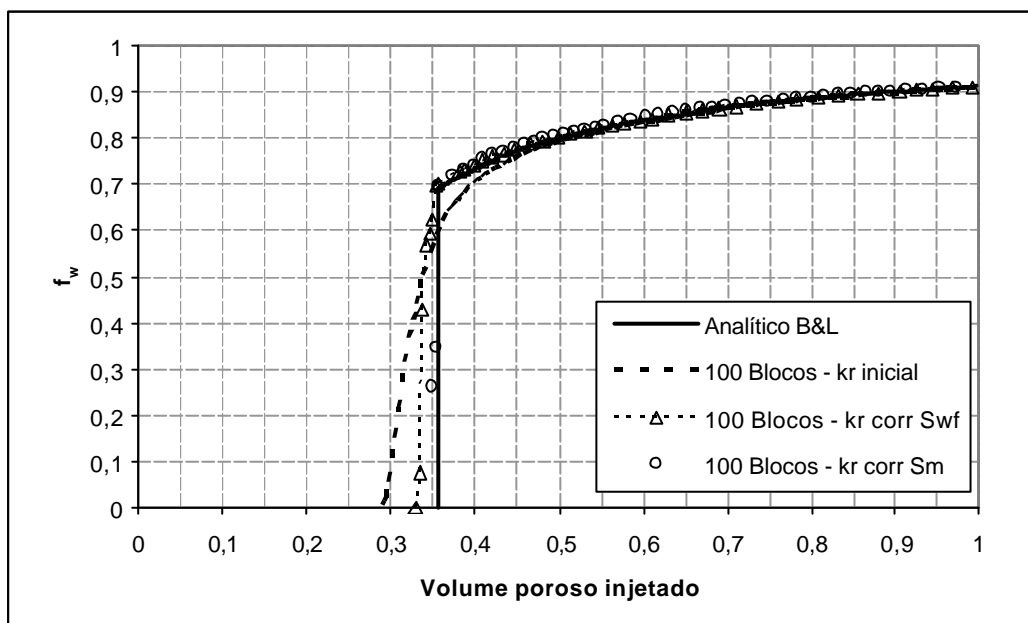


Figura 5.25 - Ajuste de produção de água para esquema de 100 blocos

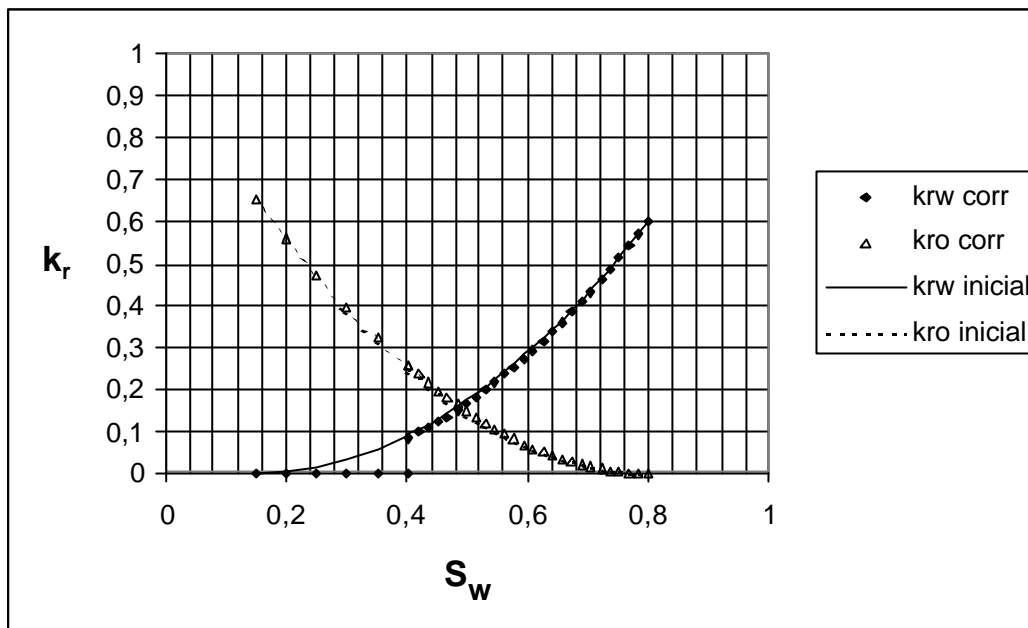


Figura 5.26 - Curva de permeabilidade relativa corrigida para esquema de 200 blocos

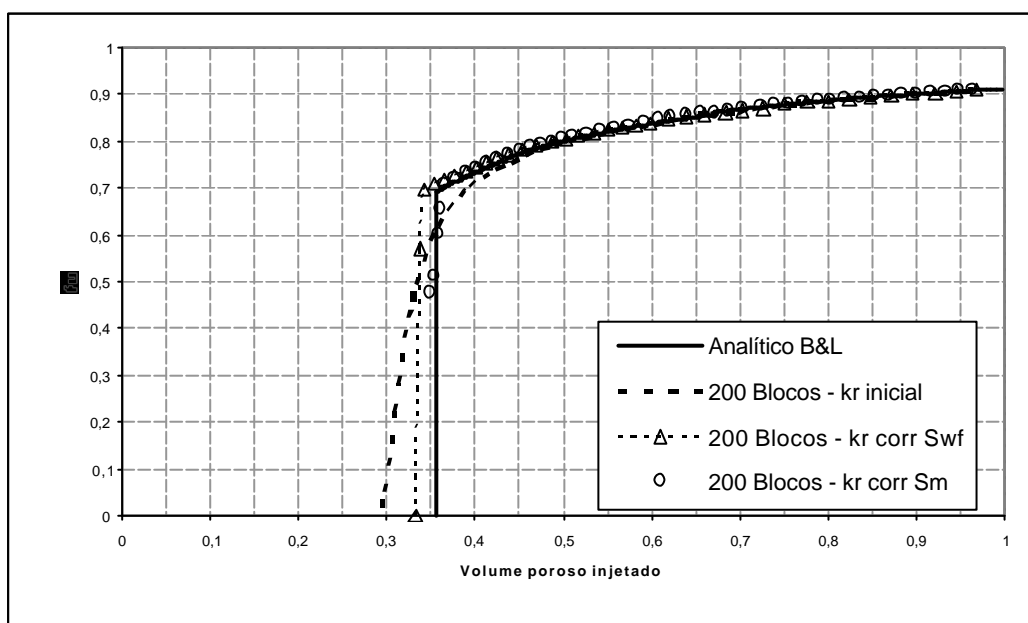


Figura 5.27 - Ajuste de produção de água para esquema de 200 blocos

A Tabela 5.2 mostra compara os desvios na erupção de água para as correções propostas:

Tabela 5.2 - Desvios nos resultados de erupção da água simulados numericamente para a correção na curva de permeabilidade relativa inicial.

Número de blocos	Permeabilidade relativa de laboratório		Permeabilidade relativa Correção por S_{wf}		Permeabilidade relativa corrigida	
	VPI (%)	Desvio (%)	VPI (%)	Desvio (%)	VPI (%)	Desvio (%)
4	14,9	58,3	29,3	17,8	35,4	0,9
6	20,5	42,6	31,4	12,2	35,4	0,9
8	22,5	37,0	32,2	9,9	35,0	2,0
10	24,1	32,4	32,6	8,8	35,8	-0,2
100	29,3	17,8	33,4	6,6	35,0	2,0
200	29,3	17,8	33,8	5,4	34,6	3,2

A solução proposta, por admitir uma saturação única de erupção em todos os blocos, gera uma distorção na distribuição de água pelos blocos. No bloco produtor, por exemplo, a saturação para erupção da água deveria se a própria saturação de água da frente de choque, S_f , mas a curva corrigida adotada, que é única para todos os blocos, apresenta uma saturação $\bar{S}_m > S_f$. Um balanço da água injetada revela então que as saturações dos primeiros blocos são inferiores ao perfil de saturação analítico de Buckley-Leverett (1942), e a dos blocos mais próximos à extremidade produtora serão maiores. Nas figuras 5-28 a 5-33 são apresentados os gráficos das saturações de água nos esquemas simulados, no momento da erupção da água. Nas Tabelas 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8 são apresentados os valores das saturações de água nos instante de erupção da água no poço produtor, obtidas por simulação e por média do perfil.

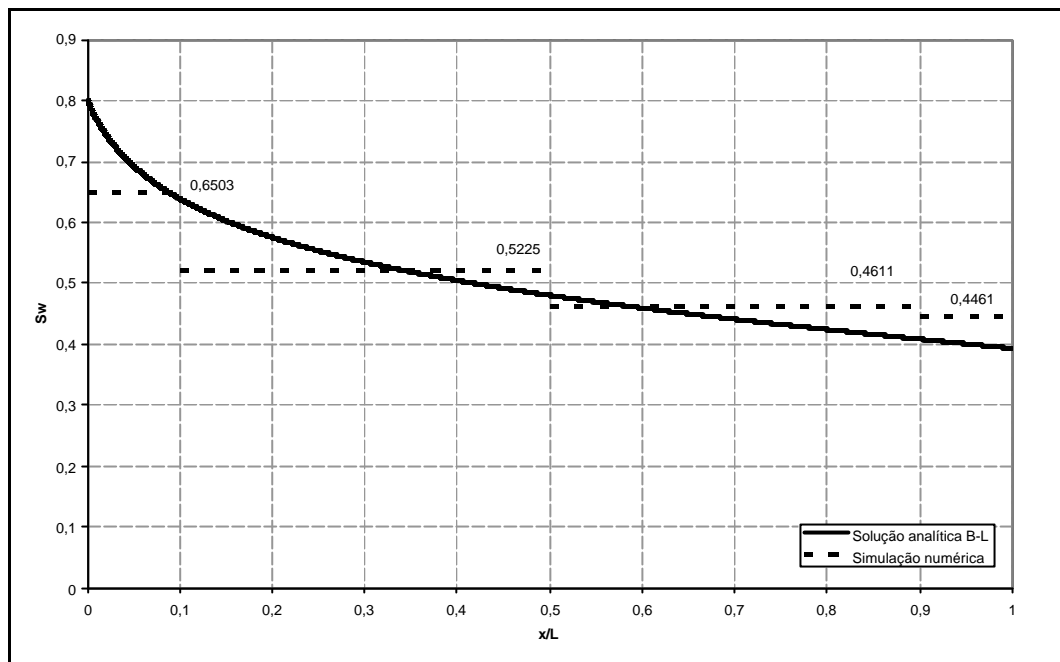


Figura 5.28 – Distribuição de saturação no instante da erupção da água – esquema de 4 blocos

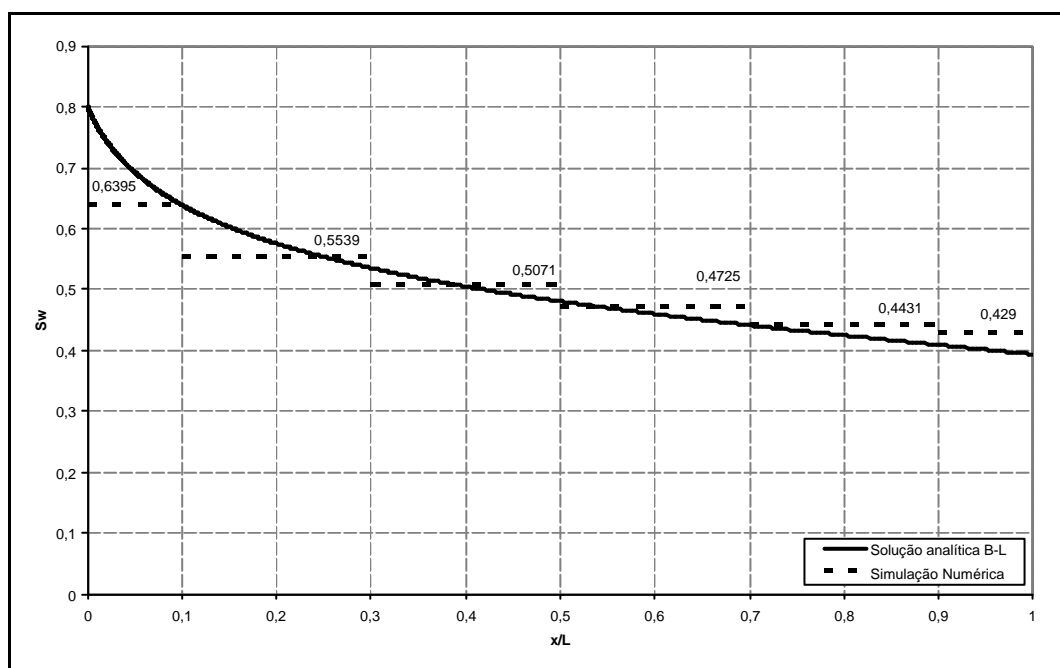


Figura 5.29 – Distribuição de saturação no instante da erupção da água – esquema de 6 blocos

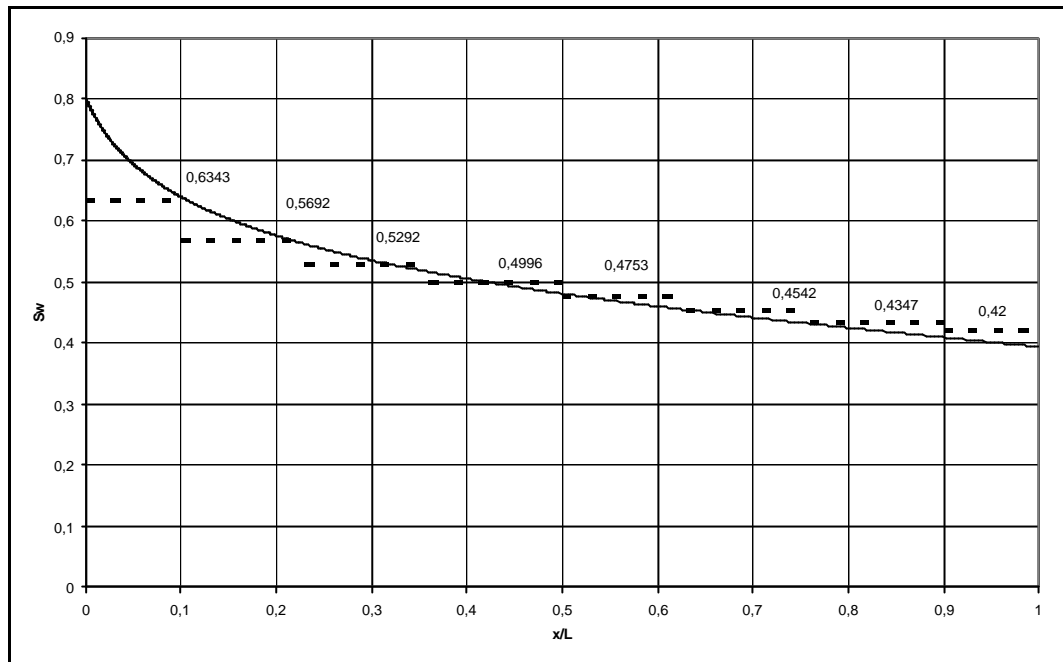


Figura 5.30 – Distribuição de saturação no instante da erupção da água – esquema de 8 blocos

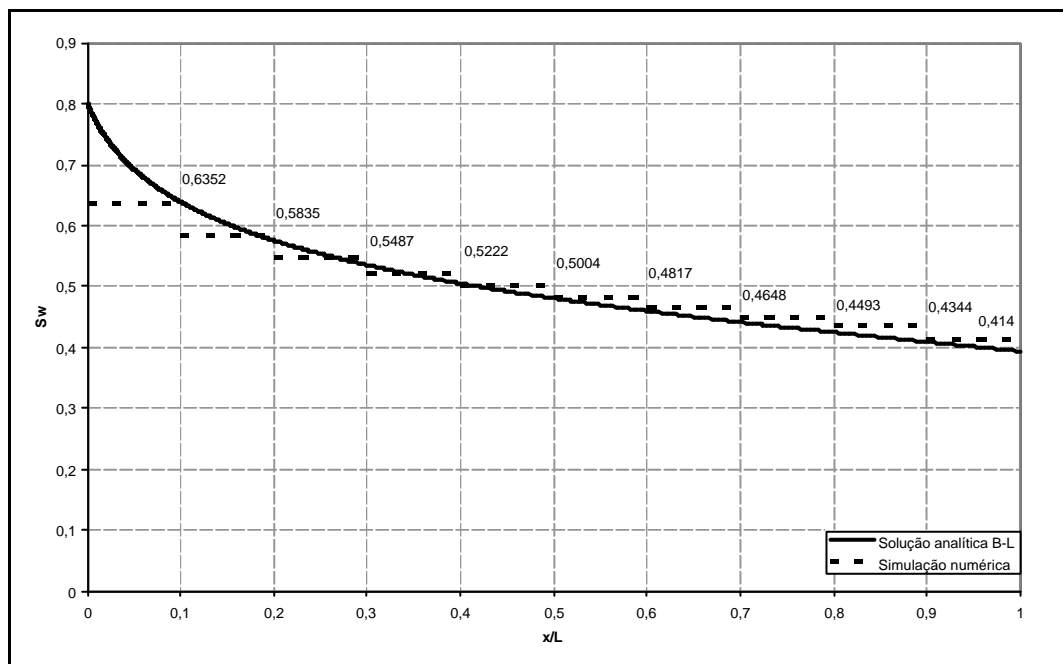


Figura 5.31 – Distribuição de saturação no instante da erupção da água – esquema de 10 blocos

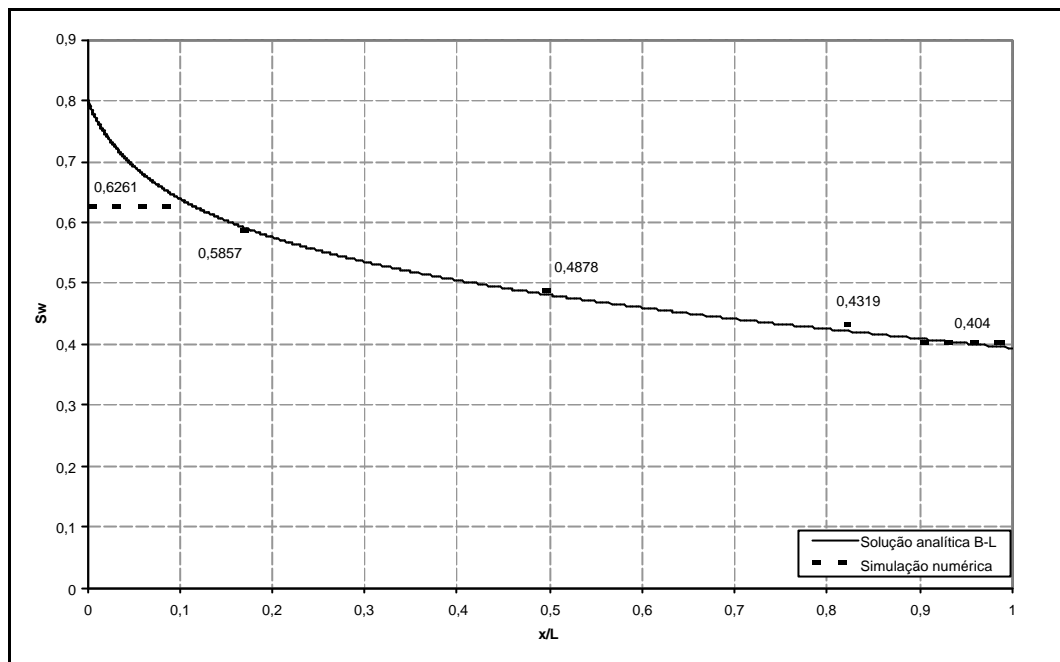


Figura 5.32 – Distribuição de saturação no instante da erupção da água – esquema de 100 blocos

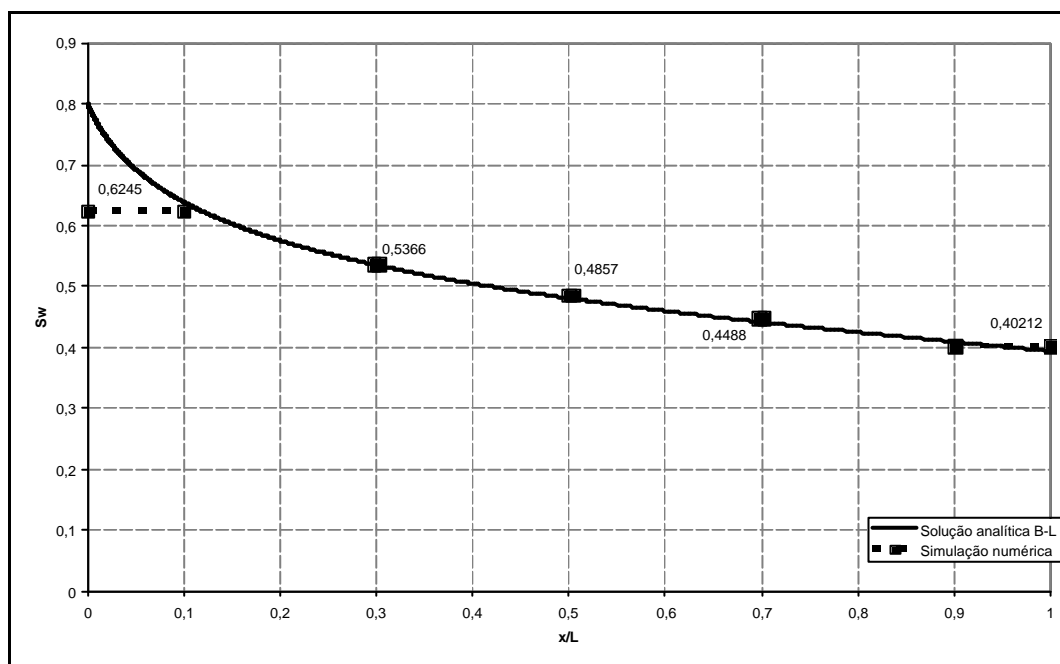


Figura 5.33 – Distribuição de saturação no instante da erupção da água – esquema de 200 blocos

Tabela 5.3 – Desvio de saturação no esquema de 4 blocos, no momento de erupção da água.

Bloco	BL 1	BL 2	BL 3	BL 4
Domínio do bloco	0.0/0.1	0.1/0.5	0.5/0.9	0.9/1.0
Saturação média B&L	71.9%	56.0%	44.4%	40.1%
Saturação média (simulação)	65.0%	52.3%	46.1%	44.6%
Desvio	-9.6%	-6.7%	3.8%	11.2%

Tabela 5.4 – Desvio de saturação no esquema de 6 blocos, no momento de erupção da água.

Bloco	BL 1	BL 2	BL 3	BL 4	BL 5	BL 6
Domínio do bloco	0.0/0.1	0.1/0.3	0.3/0.5	0.5/0.7	0.7/0.9	0.9/1.0
Saturação média B&L	0.7191	0.5871	0.5078	0.461	0.4253	0.4012
Saturação média (simulação)	0.6395	0.5539	0.5071	0.4725	0.4431	0.429
Desvio	-11.1%	-5.7%	-0.1%	2.5%	4.2%	6.9%

Tabela 5.5 - Desvio de saturação no esquema de 8 blocos, no momento de erupção da água.

Bloco	BL 1	BL 2	BL 3	BL 4	BL 5	BL 6	BL 7	BL 8
Domínio do bloco	0.0/0.1	0.1/0.23	0.23/0.36	0.36/0.5	0.5/0.63	0.63/0.76	0.76/0.9	0.9/1.0
Saturação média B&L	71.9%	59.9%	53.7%	49.7%	46.7%	44.2%	42.0%	40.1%
Saturação média (simulação)	63.4%	56.9%	52.9%	50.0%	47.5%	45.4%	43.5%	42.0%
Desvio	-11.8%	-4.9%	-1.5%	0.4%	1.8%	2.7%	3.6%	4.7%

Tabela 5.6 - Desvio de saturação no esquema de 10 blocos, no momento de erupção da água.

Bloco	BL 1	BL 2	BL 3	BL 4	BL 5	BL 6	BL 7	BL 8	BL 9	BL 10
Domínio do bloco	0.0/0.1	0.1/0.2	0.2/0.3	0.3/0.4	0.4/0.5	0.5/0.6	0.6/0.7	0.7/0.8	0.8/0.9	0.9/1.0
Saturação média B&L	71.9%	60.7%	55.5%	52.0%	49.3%	47.0%	45.1%	43.3%	41.7%	40.1%
Saturação média (simulação)	63.5%	58.4%	54.9%	52.2%	50.0%	48.2%	46.5%	44.9%	43.4%	41.4%
Desvio	-11.7%	-3.9%	-1.2%	0.4%	1.5%	2.5%	3.1%	3.7%	4.2%	3.2%

Tabela 5.7 - Desvio de saturação no esquema de 100 blocos, no momento de erupção da água.

Bloco	BL 1	BL 10	BL 50	BL 90	BL 100
Domínio do bloco	0.0/0.1	0.165/0.173	0.491/0.5	0.818/0.826	0.9/1.0
Saturação média B&L	71.9%	59.2%	48.2%	42.1%	40.1%
Saturação média (simulação)	0.6261	0.5857	0.4878	0.4319	0.404
Desvio	-12.9%	-1.0%	1.3%	2.5%	0.7%

Tabela 5.8 - Desvio de saturação no esquema de 200 blocos, no momento de erupção da água.

Bloco	BL 1	BL 50	BL 100	BL 150	BL 200
Domínio do bloco	0.0/0.1	0.297/0.302	0.5/0.504	0.697/0.702	0.9/1.0
Saturação média B&L	71.9%	53.5%	48.1%	44.2%	40.1%
Saturação média (simulação)	62.5%	53.7%	48.6%	44.9%	40.2%
Desvio	-13.2%	0.3%	0.9%	1.6%	0.2%

Capítulo 6 – Análise em sistemas com mais linhas de fluxo

O problema do estudo de deslocamento de dois fluidos imiscíveis no meio poroso pode ser resumido ao cálculo da distribuição geométrica destes fluidos. A distribuição dos fluidos apresenta duas componentes: a distribuição de saturação ao longo de cada linha de fluxo, e a forma na região invadida. O problema estudado neste trabalho se restringiu apenas à primeira parcela do problema, dada a geometria linear adotada para solução por Buckley-Leverett (1942). No sistema unidimensional só existe uma linha de fluxo, e a distribuição de saturação equacionada é relativa a esta linha de fluxo única. As equações se mostram bastante precisas para os ensaios de permeabilidade relativa realizados em amostras de rocha de 2" ou 3" de comprimento, mas na escala dos reservatórios a água injetada apresenta mais de uma linha de fluxo. Neste capítulo discutimos algumas em situações que ocorrem mais de uma linha de fluxo, e os resultados obtidos ao se utilizar a correção das curvas de permeabilidade relativa proposta neste trabalho.

A seção esquemática da Figura 6.1 representa um reservatório hipotético de formato linear, com um poço produtor e mecanismo de influxo natural de água.

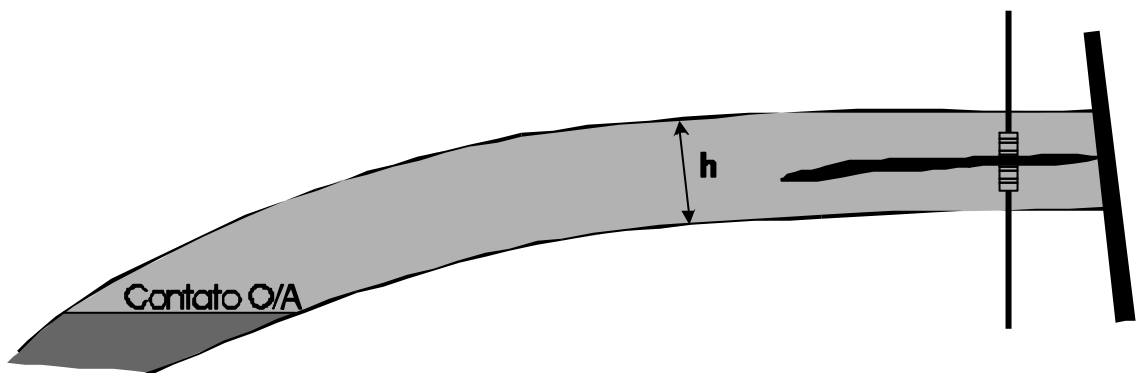


Figura 6.1 - Seção esquemática de reservatório portador de óleo

Espera-se que a produção de água em um reservatório linear como o demonstrado na Figura 6.1 seja semelhante à obtida em ensaio de laboratório com uma amostra de rocha, desde que as forças viscosas sejam predominantes sobre a força capilar e a força gravitacional. Neste caso haveria em algum momento uma forte erupção de água, seguido de um crescimento lento da fração de água produzida. Entretanto, na escala dos reservatórios, existem mais heterogeneidades

que as observadas nas amostras de rocha, de forma que o avanço da água se faz por várias frentes.

Tomando como exemplo um situação hipotética em que o reservatório da Figura 6.1 possui duas camadas de permeabilidade bastante diferente, separadas por uma camada de rocha não permeável, o avanço do aquífero se decomporá em duas frentes de velocidades diferentes, como mostrado na Figura 6.2.

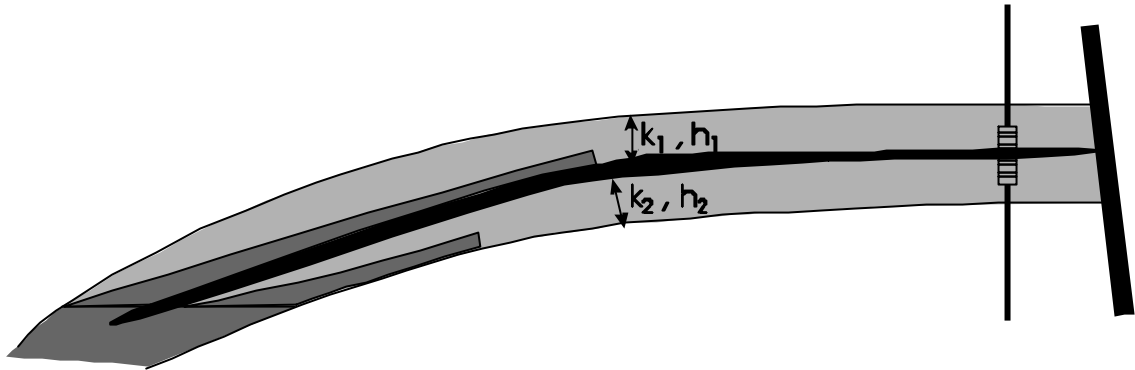


Figura 6.2 – Esquema de deslocamento imiscível em duas camadas

Na Figura 6.3 são apresentadas duas curvas de produção de água para o reservatório da Figura 6.1 e Figura 6.2.

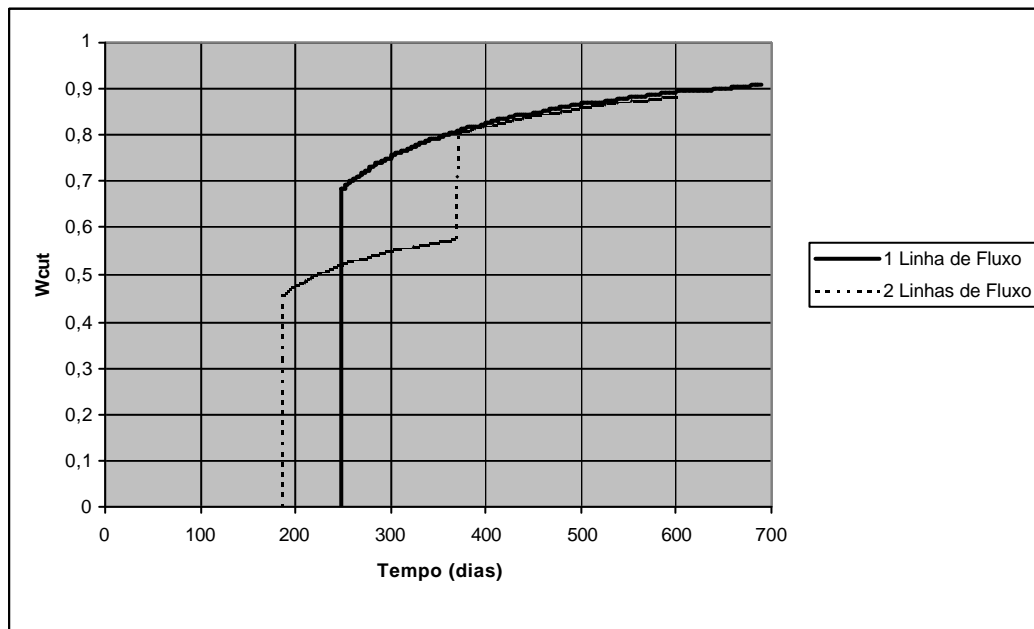


Figura 6.3 – Esquema de produção de água de duas linhas de fluxo

Uma situação como a exemplificada pela Figura 6.2 revela que a frente de chegada da água é atenuada pela decomposição do avanço do aquífero em duas linhas de fluxo hipotéticas. Observa-se que a ocorrência de mais de uma linha de

fluxo atenua a erupção da água no poço, e que esta atenuação será tão maior quanto mais caminhos a água criar dentro do meio poroso.

O fluxo linear não ocorre com muita frequência em reservatórios de petróleo. Nos reservatórios de petróleo os fluidos formam uma geometria de fluxo em função das propriedades do meio poroso e da posição dos poços. Um esquema de drenagem bastante utilizado na indústria de petróleo é a malha denominada *five spot*, onde poços produtores são alternados a poços injetores. Este esquema apresenta como padrão a ocorrência de um poço injetor de água em um vértice de uma área quadrada e um poço produtor no vértice oposto. Na Figura 6.4 é apresentado um exemplo deste esquema:

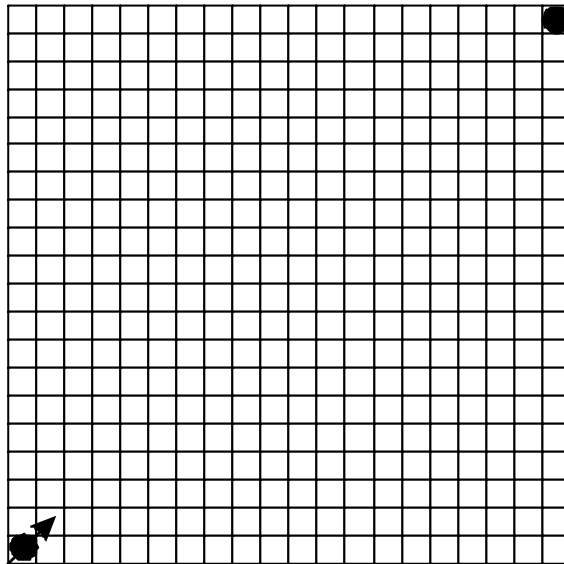


Figura 6.4 – Esquema de $\frac{1}{4}$ de *five spot*

O cálculo da distribuição da água no esquema da Figura 6.4 requer a decomposição da geometria do fluxo na região invadida e ao longo de cada linha de fluxo. Uma simulação de fluxo em malha bastante refinada proporciona um resultado de boa precisão, por minimizar as imprecisões numéricas. Na Figura 6.5 são apresentados os resultados das simulações feitas, comparando um esquema de malha refinada de 10.000 blocos e outro esquema de malha de 25 blocos. Na simulação de 10000 blocos utilizou-se a curva de permeabilidade relativa inicial e uma curva corrigida para S_{wf} . Na simulação de 25 blocos utilizou-se a curva de permeabilidade relativa inicial e a curva de permeabilidade relativa corrigida pelo método proposto.

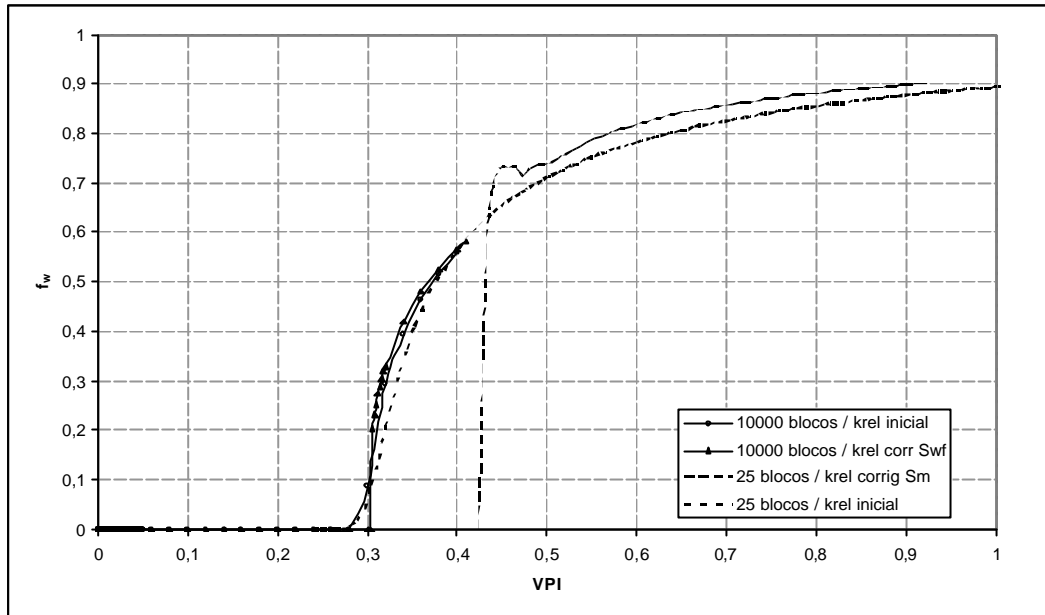


Figura 6.5 – Resultado de simulação para esquema $\frac{1}{4}$ de *five spot*.

Observa-se que na simulação de esquema $\frac{1}{4}$ de *five spot* com modelo de 10000 blocos praticamente não há diferença na produção de água controlada pela permeabilidade relativa inicial (obtida em laboratório) ou quando simulado com a curva de permeabilidade relativa corrigida. Entretanto, no esquema de 25 blocos há uma diferença apreciável, sendo que o caso onde se utilizou a curva de permeabilidade relativa corrigida foi nitidamente pior.

Nas Figura 6.6 e Figura 6.7 pode-se verificar a diferença da geometria da região invadida pela água injetada nos esquemas de malha mais refinada e mais grosseira, no tempo de erupção da água. Na malha mais grosseira a água atinge todos os blocos, se espalhado mais por toda a região, enquanto na malha mais refinada parte dos blocos ainda permanece com a saturação original dos fluidos. Este efeito na geometria do varrido é responsável pelo atraso da erupção de água mostrado na simulação de fluxo com esquema de 25 blocos e permeabilidade relativa corrigida, conforme mostrado no gráfico da Figura 6.5.

O efeito dispersivo na simulação com a curva de permeabilidade relativa corrigida acelera o avanço da água, conforme visto no capítulo 4, mas a definição geométrica da malha mais grosseira atrasa o avanço da água, pois o caminho das linhas de fluxo são em zig zag, conforme mostrado na Figura 6.8

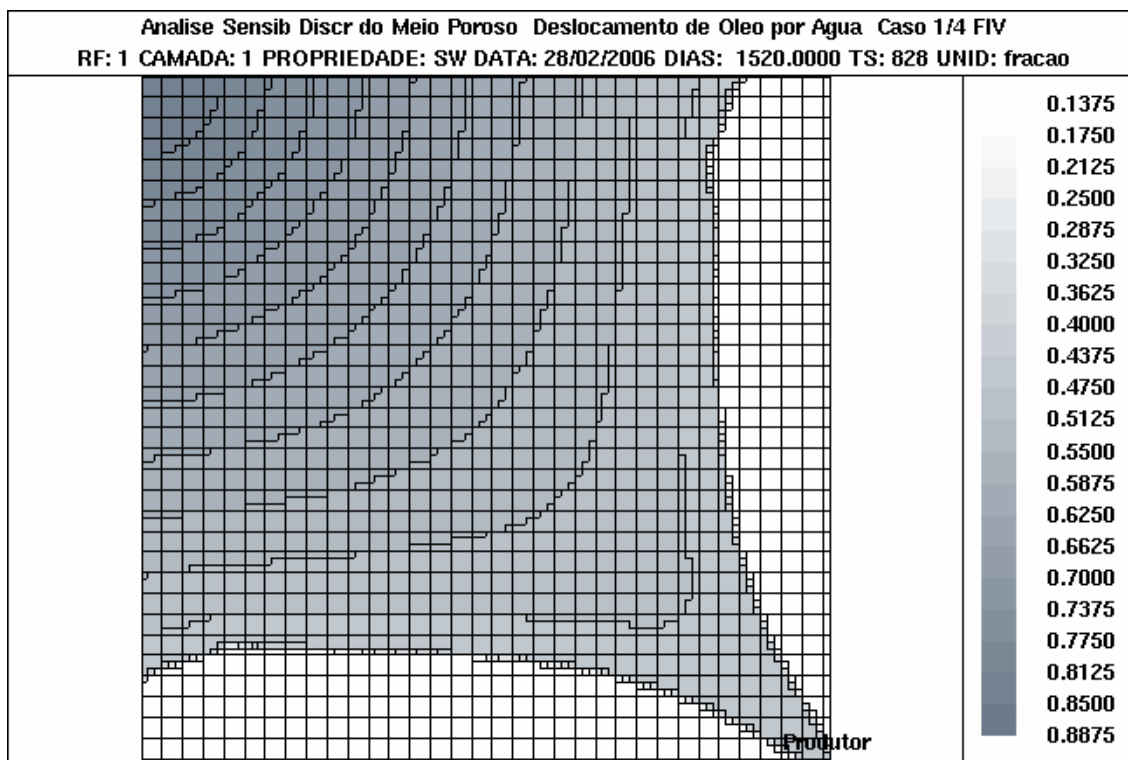


Figura 6.6 – Mapa de saturação de água em simulação com malha de 100 blocos

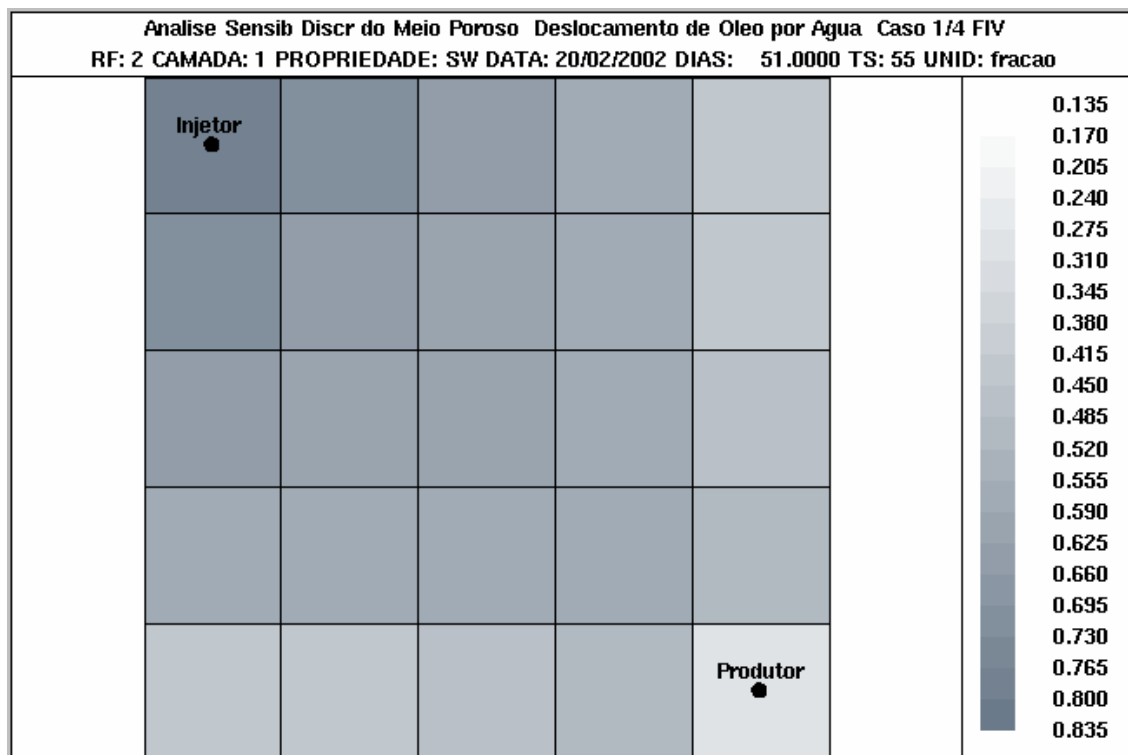


Figura 6.7 – Mapa de saturação de água em simulação com malha de 25 blocos

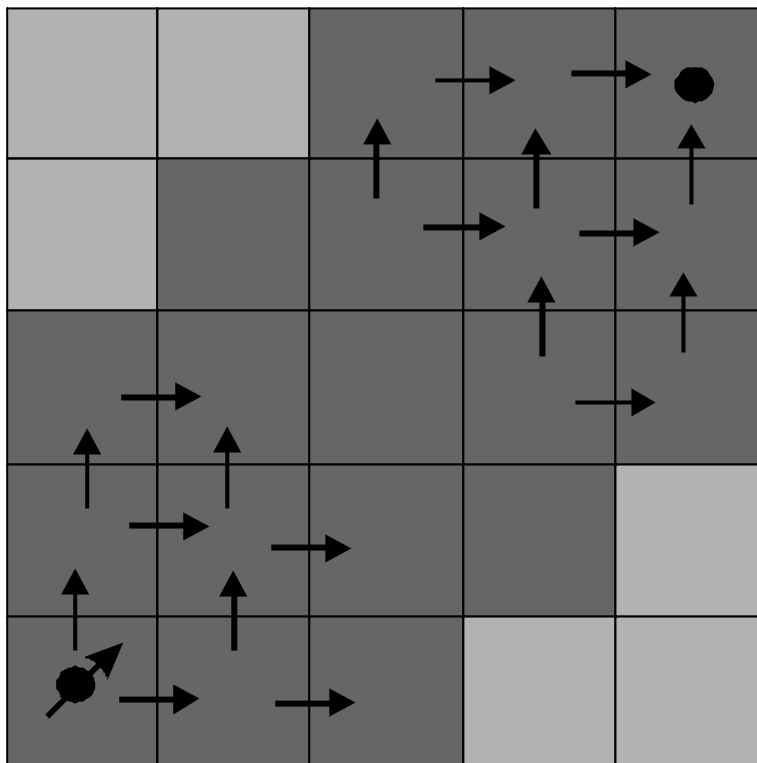


Figura 6.8 – Esquema de direção das linhas de fluxo em simulação numérica.

Uma das maneiras de minimizar o problema é orientar a malha de simulação na direção preferencial das linhas de fluxo, como exemplificado na Figura 6.9.

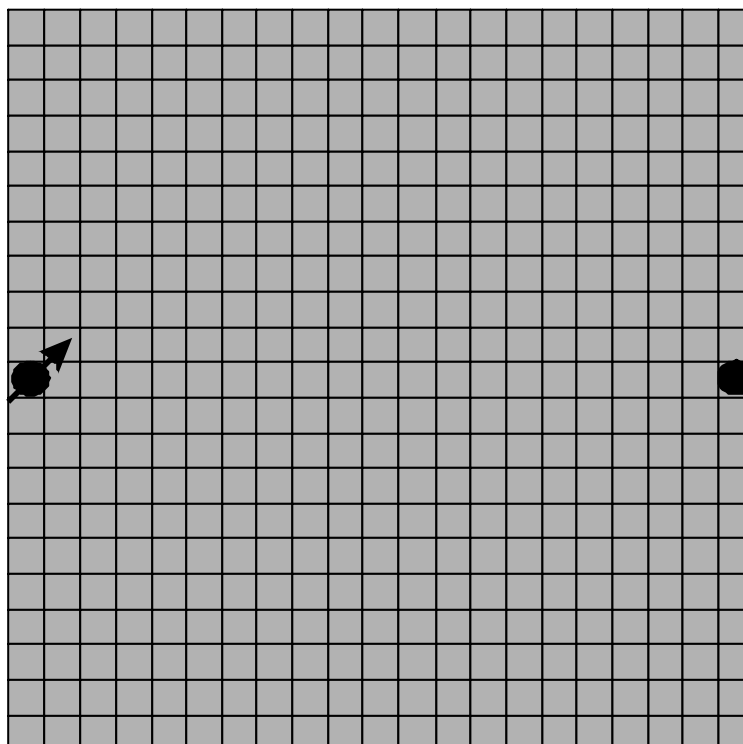


Figura 6.9 – Malha de blocos paralela ao fluxo

Os resultados das simulações de deslocamento de óleo por água em malha paralela ao fluxo preferencial, como mostrado na Figura 6.9, é apresentado na Figura 6.10. A exemplo do procedimento utilizado no esquema $\frac{1}{4}$ de *five spot*, foram utilizados dois esquemas de discretização espacial, com 10000 blocos e 25 blocos. No caso de malha de simulação alinhada às direções das linhas de fluxo, as simulações com curvas de permeabilidade relativa corrigidas se mostraram mais precisas, apesar da instabilidade apresentada na produção de água produzida.

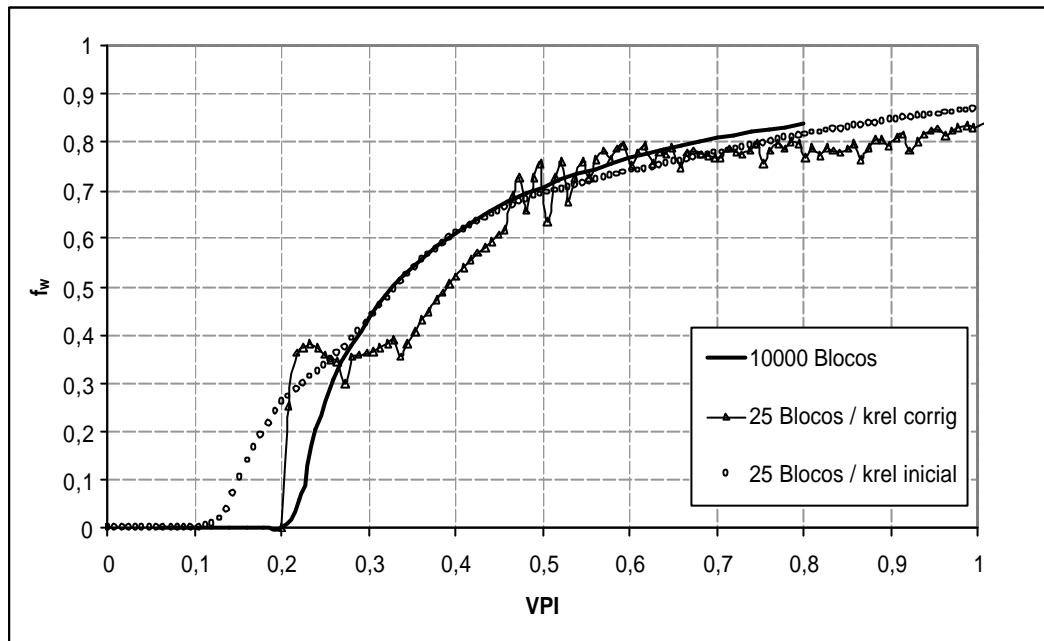


Figura 6.10 – Produção prevista de fração de água em esquema de malha paralela ao fluxo

É interessante notar que na simulação com a curva de permeabilidade relativa inicial não se observam as variações de f_w observadas na simulação com a curva de permeabilidade relativa corrigida. Este fato foi entendido como decorrência da descontinuidade na curva de permeabilidade relativa corrigida para a água associada à frente de choque prevista por Buckley-Leverett (1942). A permeabilidade relativa de laboratório suaviza a curva de produção de água, como visto no capítulo de solução do problema de Buckley-Leverett (1942).

permeabilidades relativas para a solução numérica de problemas de deslocamento não deve ser desprezada nos problemas de mais de uma linha de fluxo, pois as curvas de permeabilidade relativa corrigidas trazem em si o efeito da frente de choque observada no laboratório. Desde que, é claro, as forças viscosas sejam preponderantes sobre as demais forças observadas no fenômeno.

Uma melhor compreensão dos efeitos de orientação de malha pode ser obtida em Aziz e Settari (1979), e Mattax e Dalton (1990)

Capítulo 7 - Discussões sobre o método

O problema da dispersão numérica em simulação de deslocamento de dois fluidos imiscíveis pode ser decomposto em dois problemas simultâneos, ambos devidos à escala de discretização espacial do reservatório. Um problema é referente à solução de Buckley-Leverett (1942) para a distribuição do fluido injetado em sistema linear. O outro problema é referente à geometria da área invadida pelo fluido injetado.

A solução analítica de Buckley-Leverett (1942) para um fluxo linear gera procedimentos precisos para determinação das curvas de permeabilidade relativa dos fluidos, porém o comportamento de produção dos fluidos não se reproduz em simulações numéricas de fluxo. Este problema pode ser solucionado com a correção das curvas de permeabilidade relativa a partir das equações de Buckley-Leverett (1942) e da geometria dos blocos de simulação. A correção proposta neste trabalho para as curvas de permeabilidade relativa é simples, podendo ser facilmente programada, e apresenta resultados de produção bastante precisos em relação ao cálculo analítico. Quanto ao perfil de saturação ao longo do corpo poroso, a correção proposta também apresenta boa solução, embora sua precisão não seja tão boa quanto à obtida para a curva de produção de fluidos.

A correção da permeabilidade relativa proposta foi aplicada em simulação de fluxo em meio plano, porém os resultados se mostraram bastante influenciados pela orientação da malha em relação aos poços, ou às linhas de fluxo. Para o caso de um poço injetor e um poço produtor posicionados em vértices opostos de um quadrado (situação denominada $\frac{1}{4}$ de *five spot*), a correção proposta apresentou os maiores desvios. Concluímos neste caso que quando a malha de simulação é composta de poucos blocos a geometria da região invadida pelo fluido injetado não encontra boa resolução, e conseqüentemente ocorre uma dispersão maior no tempo que o fluido injetado leva para chegar ao poço produtor. Este problema pode ser minimizado ao se orientar a malha na direção preferencial de fluxo, porém a solução apresenta alguns problemas de oscilação na resposta.

As correções propostas dão às curvas de permeabilidade relativa água/óleo mais representatividade na montagem do modelo numérico. Do ponto de vista prático

as curvas de permeabilidade relativa são muitas vezes utilizadas como parâmetros para ajuste de histórico de produção, representando assim uma propriedade da rocha de baixa representatividade. Ao serem adequadas à geometria dos blocos de simulação, estas correções mudam o status da permeabilidade relativa, permitindo ao engenheiro e geólogo de reservatório outras interpretações da qualidade do meio poroso.

O método traz três vantagens aos estudos de reservatórios:

1. Um cálculo simplificado de correção da permeabilidade relativa água/óleo, onde se estabelece apenas uma curva de permeabilidade relativa para os blocos envolvidos.
2. Em campos novos, minimiza as incertezas numéricas da curva de produção de um projeto que necessite de injeção de água, propiciando um aumento da expectativa de retorno do investimento.
3. Em campos maduros, permite à engenharia de reservatórios avaliar melhor a caracterização do reservatório no intervalo que separa o poço produtor ao poço injetor ou ao contato óleo/água estimado pela geologia, e com isso integrar ainda mais a atuação de geofísicos, geólogos e engenheiros.

As correções de permeabilidade relativa óleo/água geradas pelo método proposto não dependem de variações da porosidade f ou da espessura h do reservatório, e nem mesmo das vazões dos poços.

Algumas limitações se fazem sentir. As correções propostas apresentam bons resultados somente quando o fluxo for linear ou puder ser considerado linear, ou ainda quando a malha de simulação estiver orientada na direção preferencial das linhas de fluxo.

Outra limitação do método é o fato das deduções serem feitas para a função de fluxo fracionário considerando a pressão constante $f_w(S_w, p = cte)$ e com gradientes pouco acentuados. Esta hipótese é mais realista para reservatórios de alta permeabilidade, ou em alguns tipos de óleo que a viscosidade se revela pouco sensível à variação de pressão.

Alguns autores consideram que a permeabilidade relativa ao óleo deve ser considerada constante no intervalo $S_{wi} < S_w < S_{wm}$, pois seria este o valor da propriedade na fronteira do bloco. Outros autores constroem a curva neste intervalo a partir de outros critérios que levam em conta o gradiente de pressão dentro do bloco. A solução proposta neste método não levou em conta tais preocupações, e a correção gerada para este intervalo apenas evitou a descontinuidade que se observa na curva corrigida da permeabilidade relativa à água. Como dito anteriormente, a solução desconsidera variação de pressão devido à dependência da viscosidade e da curva de fluxo fracionário.

A correção das curvas de permeabilidade relativa é então necessária para se inserir o efeito da frente de choque na simulação de fluxo. As conclusões de Buckley-Leverett (1942) não são automaticamente inseridas na solução matemática dos simuladores numéricos de fluxo, que se atêm ao balanço de massa e gradientes entre blocos. Os engenheiros de reservatório, ao utilizarem as curvas de permeabilidade relativa integral nos simuladores de fluxo, terminam por desconsiderar a existência da frente de choque, e portanto só contemplam o deslocamento por fricção, resultando uma distribuição de saturações bastante distinta daquela que originou as curvas de permeabilidade relativa no laboratório. A este respeito, transcrevemos Dake (1994) para uma meditação mais profunda dos engenheiros de reservatórios.

“The most unfortunate aspect concerning relative permeabilities and their use in coarse gridded numerical simulation is not that the models do not respect the concept of fractional flow but rather – that because they ignore it, then so too do reservoir engineers. Since the inception of simulation modelling in the mid 1960’s the use of fractional flow by the industry has steadily diminished until now it is almost extinct; just like the application of Material Balance described in Chapter 3. Instead, the current interest seems to be devoted entirely to relative permeability measurements – almost to the exclusion of everything else. Yet, as described in this section, it is the relative permeabilities measured with some artificially high and often unreported oil viscosity, that are the arbitrary function and must be regarded with great circumspection in reservoir engineering studies.”

Conclusões

Este trabalho desenvolve um método bastante simples de alteração das curvas de permeabilidade relativa, que minimizam os efeitos de discretização da malha de simulação para o caso do fluxo linear. As pseudo curvas geradas oferecem ao engenheiro de reservatórios mais confiabilidade na avaliação de uma jazida, com redução dos riscos empresariais. Além disso estabelecem um outro status às curvas de permeabilidade relativa obtidas em ensaios de laboratório, posto que via de regra as curvas de permeabilidade relativa são freqüentemente utilizadas como a variável de ajuste de histórico, justamente pelos efeitos de dispersão numérica associados a esta variável.

O método apresenta solução tão mais precisa quanto mais linear for o fluxo no meio poroso. Entretanto, a solução mais precisa é função do número de blocos existentes entre o poço produtor e o poço injetor, e este número pode não ser facilmente obtido no caso de modelos de fluxo, devido a geometria do reservatório e à malha de drenagem. Ainda assim a correção da curva de permeabilidade relativa pela saturação de água da frente de choque se faz necessária, por não haver fluxo de água em saturação inferior à da frente de choque. Além disso, esta correção insere no modelo numérico o efeito da onda de choque observado em ensaios de laboratório.

A extensão dos resultados obtidos no fluxo linear para o meio bidimensional apontam a necessidade de melhor estudar o assunto da dispersão devido à malha de simulação. Os resultados preliminares indicam que a malha paralela ao fluxo apresenta melhor resultado que a malha diagonal, no caso de quarto de five spot. Acreditamos que novos estudos devem ser realizados nesta direção para melhor esclarecimento da questão.

Referências Bibliográficas

1. Aziz, K. and Settari, A. (1979). Petroleum Reservoir Simulation. 1ª Edição. New York, USA: Elsevier Science Publishing Co., Inc., 125-193.
2. Buckley, S.E. and Leverett, M.C. (1942). Mechanism of Fluid Displacement in Sands. *Trans. AIME*. 146: 107-116.
3. Dake, L.P. (1978). Immiscible Displacement. *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Science B.V.: 343-430.
4. Dake, L.P. (1994). The basic theory of waterdrive in one dimension. *The Practice of Reservoir Engineering*. Edinburgh, Scotland, Elsevier, 345-366.
5. Hewett, T.A., Suzuki, K. and Christie, M.A. (1998). Analytical Calculation of Coarse-Grid Corrections for Use in Pseudo-Functions, Functions, *SPE Journal*, 293-305.
6. Johnson, E.F., Bossler, D.P., and Naumann, V.O. (1957). Calculation of Relative Permeability from Displacement Experiments, *AIME 216*, 370-372.
7. Jones, S.C. and Roszelle, W.O. (1978). Graphical Techniques for Determining Relative Permeability From Displacement Experiments, *JPT May*, 807.
8. King, P.R., Muggeridge, A.H., and Price, W.G. (1992). Renormalization Calculations of Immiscible Flow, *Transport in Porous Media 12*, 237-260.
9. Kyte, J.R. and Berry, D.W. (1975). New Pseudo Functions to Control Numerical Dispersion, *SPE Journal*, 269-276.
10. Mattax, C. C. and Dalton, R. L. (1990). Selecting Grid and Timestep Sizes. *In: Reservoir Simulation*. 1ª Edição. USA: SPE, 44-56.

11. Rapoport, L.A. and Leas, W.J. (1953). Properties of Linear Waterfloods, *AIME* 198, 139.
12. Romeu, R.K. *et al.* (1999). Upa: a toolkit for upscaling flow properties, SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, Caracas, Venezuela (poster).
13. Starley, G.P. (1988). A Material-Balance Method for Deriving Interblock Water/Oil Pseudo-Functions for Coarse-Grid Reservoir Simulation, *SPE Reservoir Engineering*, 977-984.
14. Taggart, I.J., Soedarmo, E. and Paterson, L. (1995). Limitations in The Use of Pseudofunctions For Up-Scaling Reservoir Simulations Models, *SPE* 29126, 337-351.
15. Welge, H.J. (1952). A Simplified Method For Computing Oil Recovery by Gas or Water Drive, *Petroleum Transactions, AIME* Vol. 195, 91-98.